



Murede skivers styrke

Murværk påvirket til plane spændingstilstande

Findsen, Karsten

Publication date:
2005

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

Citation (APA):
Findsen, K. (2005). *Murede skivers styrke: Murværk påvirket til plane spændingstilstande*. Technical University of Denmark. BYG-Rapport No. R-083

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Karsten Findsen

Murede skivers styrke

- murværk påvirket til plane spændingstilstande

Rapport
BYG·DTU
R-083
2004

ISSN 1601-2917
ISBN 87-7877-146-3

Karsten Findsen

Murede skivers styrke

- murværk påvirket til plane spændingstilstande

Forord

Denne rapport er udarbejdet med henblik på opnåelse af Ph.D.-graden ved Danmarks Tekniske Universitet, DTU.

Rapporten er resultatet af et studium gennemført ved BYG•DTU under vejledning af prof., dr.techn. Mogens Peter Nielsen og i nært samarbejde med MURO og RAMBØLL.

En særlig tak skal lyde til Mogens Peter Nielsen for hans medlevende vejledning, støtte og opmuntring, samt til mine kolleger gennem de sidste tre år; cand.polyt. stud. ph.d. Jakob Lund Laugesen, cand.polyt. stud. ph.d. Lars Zenke Hansen og cand.polyt. stud. ph.d. Tim Gudmand-Høyer. Jeg kommer til at savne ”Betongruppens” faglige diskussioner og gode sammenhold.

Derudover skal der lyde en tak til min medvejleder cand.polyt. ph.d. Bent Feddersen, RAMBØLL, samt til cand.polyt. ph.d. Bent Steen Andreasen, RAMBØLL, og arkitekt MAA Søren Bøgh, MURO, for deres bidrag i forbindelse med vejledermøder, og deres generelle medvirken til projektets tilblivelse.

Brønshøj Februar 2004

Karsten Findsen

Resume

Nærværende rapport beskæftiger sig med bestemmelsen af styrken af murede skiver. Dette gælder såvel den enaksede styrke, som styrken af skiver påvirket til biaksiale spændingstilstande. Med udgangspunkt i plasticitetsteorien beskrives styrken af murværk ud fra betragtning af øvreværdiløsninger såvel som nedreværdiløsninger.

I første omgang undersøges metoder til bestemmelse af de enaksede træk- og trykstyrker henholdsvis parallelt med og vinkelret på liggefugerne. Efterfølgende undersøges styrken af svage snit – herunder de enaksede styrkers afhængighed af spændingernes orientering i forhold til liggefugerne. Betegnelsen svage snit anvendes om brudlinier, der så vidt muligt løber i ligge- og studsfugerne, idet styrken af ligge- og studsfugerne – eller skillefladen mellem sten og fuger – oftest vil være væsentligt lavere end styrken af henholdsvis sten og fuge.

Problematikken omkring bestemmelse af trykstyrken vinkelret på liggefugerne, samt trækstyrken parallelt med liggefugerne er tidligere behandlet af Hagsten [1999.1] og [1999.2]. I denne rapport udledes simple udtryk, som ikke indebærer numerisk optimering med hensyn til variable. De opstillede udtryk sammenlignes med udtrykkene givet af Hagsten, samt, i det omfang det har været mulig, med forsøgsresultater gengivet i litteraturen. Der findes god overensstemmelse såvel med forsøg som med Hagstens udtryk.

I forbindelse med undersøgelse af svage snit antages plan tøjningstilstand i brudlinierne. Som følge heraf, skal den gensidige flytning mellem to dele på hver sin side af en brudlinie foregå under en vinkel større end eller lig med friktionsvinklen i den betragtede brudlinie. Brud i svage snit sker således under dilatation.

Endelig opstilles – med udgangspunkt i plasticitetsteorien – flydefladen for skiver af massive sten. Ud fra kendskab til flydefladen kan man bestemme styrken af murede skiver for vilkårlige plane spændingstilstande. Flydefladen opstilles ud fra betragtninger analoge til teorierne anvendt ved bestemmelse af flydefladen for skiver af armeret beton. Den grundlæggende styrke af murværk beskrives ud fra Coulombs modificerede brudbetingelse. Der tages således udgangspunkt i en isotrop flydeflade. Murværks ortotrope egenskaber beskrives ud fra en antagelse om at murværkets forbandt introducerer en form for indre armering, hvorfor der tillades spændingsoverlejringer svarende til kendte forskelle i de enaksede styrker parallelt med og vinkelret på liggefugerne. Den herved beskrevne overordnede ortotrope flydeflade modificeres ved indførelse af afskæringer svarende til brud i svage snit. Flydefladen sammenlignes med forsøg på murede skiver.

Ganz [1985.3] har for murværk af hulsten foreslået en tilsvarende flydeflade. Flydefladen udviklet af Ganz er i en simplificeret udgave medtaget i den Schweiziske murværksnorm.

Mulighederne for at udvide flydefladen til at omhandle styrken af armeret murværk diskuteres kort.

Summary

This report considers the strength of masonry disks. The problem of determining the uniaxial strength as well as the strength under biaxial stresses are approached through the theory of plasticity by considering upper and lower bound solutions.

Methods are developed for determining the uniaxial tensile and compressive strengths parallel and perpendicular to the bed joints. Later on the uniaxial strength of weak planes are examined. The term *weak planes* is used for yield lines running in the interface between brick and mortar since the strength of the interface is normally significantly smaller than the strengths of brick and mortar, respectively.

Plasticity approaches to determine the compressive strength perpendicular to and the tensile strength parallel to the bed joints have formerly been examined by Hagsten [1999.1] and [1999.2]. This report aims at determining simpler expressions not depending on optimisation with respect to variables. The expressions are compared to the expressions given by Hagsten as well as to experimental result available from the literature. The agreement is found to be good.

When examining the strength of weak planes plane strain is assumed in the yield lines. Failure in weak planes as a consequence involves dilatation since the relative displacement between opposite parts on each side of the yield line is restricted to take place under angles greater than or equal to the angle of friction in the line.

Finally the report attends the problem of determining the yield surface for masonry disks of massive bricks. Knowing the yield surface its possible to determine the strength of masonry disks for any combination of stresses. The yield surface is created using the basic theories applied for developing the yield surface for reinforced concrete disks with orthogonal reinforcement. The basic strength of masonry is described using the modified Coulomb failure criterion. The basic strength thus is isotropic. The orthotropic properties of masonry are taken into account by considering the masonry bond as an inner reinforcement. Stress substitutions are submitted in agreement with known differences in the uniaxial compressive and tensile strengths parallel and perpendicular to the bed joints. The orthotropic yield surface developed in this way is modified by introducing cut-offs representing failure in weak planes. The yield surface is compared to experimental results concerning masonry disks.

Ganz [1985.3] introduced a similar yield surface for masonry made of perforated bricks. A simple version of the yield surface introduced by Ganz has been adopted in the Swiss national brick code.

The possibilities of using the yield surface on reinforced masonry are shortly commented upon.

Indholdsfortegnelse

FORORD.....	5
RESUME	7
SUMMARY	9
INDHOLDSFORTEGNELSE.....	11
SYMBOLLISTE	13
1 ENAKSEDE STYRKER AF MURVÆRK.....	15
1.1 ANTAGELSER.....	15
1.2 EFFEKTIVITETSAKTØRER	16
1.3 TRYKSTYRKE VINKELRET PÅ LIGGEFUGERNE	16
1.3.1 EXNERS 1. ØVREVÆRDI FOR TRYKSTYRKEN VINKELRET PÅ LIGGEFUGERNE	17
1.3.2 EXNERS 2. ØVREVÆRDI FOR TRYKSTYRKEN VINKELRET PÅ LIGGEFUGERNE	19
1.3.3 SUPPLERENDE 3. ØVREVÆRDI FOR TRYKSTYRKEN VINKELRET PÅ LIGGEFUGERNE	20
1.3.4 SAMMENLIGNING AF ØVREVÆRDIER	20
1.3.5 EFFEKTIVITETSAKTØRER	21
1.4 TRYKSTYRKE PARALLELT MED LIGGEFUGERNE	27
1.4.1 1. ØVREVÆRDI FOR TRYKSTYRKEN PARALLELT MED LIGGEFUGERNE.....	28
1.4.2 2. ØVREVÆRDI FOR TRYKSTYRKEN PARALLELT MED LIGGEFUGERNE.....	29
1.4.3 3. ØVREVÆRDI FOR TRYKSTYRKEN PARALLELT MED LIGGEFUGERNE.....	31
1.4.4 SAMMENLIGNING AF ØVREVÆRDIER	32
1.4.5 EFFEKTIVITETSAKTØRER	34
1.5 TRÆKSTYRKE VINKELRET PÅ LIGGEFUGEN	35
1.6 TRÆKSTYRKE PARALLELT MED LIGGEFUGEN	35
1.6.1 LØSNINGER AF LARS GERMAN HAGSTEN.....	36
1.6.2 ALTERNATIV MODEL FOR TRÆKSTYRKEN VED TRAPPELINIEBRUD	39
1.6.3 SAMMENLIGNING AF UDTRYK FOR TRÆKSTYRKEN AF MURVÆRK	42
1.7 SVAGE SNIT.....	44
1.7.1 LIGGEFUGEBRUD.....	45
1.7.2 STUDEFUGEBRUD	46
1.7.3 TRAPPELINIEBRUD	48
1.8 ENAKSEDE STYRKER VED BRUD I SVAGE SNIT	51
1.8.1 ENAKSET TRYKSTYRKE.....	52
1.8.2 ENAKSET TRÆKSTYRKE	61
2 FLYDEFLADEN FOR MURVÆRK	64
2.1 TIDLIGERE ARBEJDE	65

2.1.1	PAGE M.FL.	65
2.1.2	HAMID OG DRYSDALE.....	68
2.1.3	GANZ.....	70
2.2	BETONFLYDEFLADEN	72
2.3	OPSTILLING AF FLYDEFLADEN FOR MURVÆRK.....	74
2.3.1	FLYDEFLADE MED UDGANGSPUNKT I DEN TILNÆRMEDE BETONFLYDEFLADE.....	74
2.3.2	GENEREL FLYDEFLADE	78
2.3.2.1	Antagelser.....	78
2.3.2.2	Overordnet flydeflade	80
2.3.2.3	Valg af grundlæggende trækstyrke	85
2.3.2.4	Hensyntagen til svage snit.....	87
2.3.2.5	Afgrænsninger.....	88
2.3.2.6	Specielle tilfælde	93
2.4	SAMMENLIGNING MELLEM FORSØG OG TEORI.....	97
2.4.1	FORFØG AF PAGE M.FL.	97
2.4.1.1	Forsøgsbeskrivelse	99
2.4.1.2	Styrke- og materialeparametre	101
2.4.1.3	Sammenligning mellem teori og forsøg af Page m.fl.....	102
2.4.2	FORFØG AF HENDRY OG SAMARASINGHE.....	106
2.4.2.1	Forsøgsbeskrivelse	106
2.4.2.2	Styrke- og materialeparametre	108
2.4.2.3	Sammenligning mellem teori og forsøg af Hendry og Samarasinghe	108
2.5	PRAKTISK ANVENDELSE AF FLYDEFLADEN.....	111
2.6	ARMERET MURVÆRK.....	113
2.6.1	ANTAGELSER.....	113
2.6.2	FLYDEFLADEN FOR ARMERET MURVÆRK	113
KONKLUSION		116
LITTERATURLISTE.....		118
APPENDIKS A.....		122
APPENDIKS B.....		127

Symbolliste

Latinske symboler

A_s	stenareal i brudlinie ved studsfugebrud
A_{sx}	armeringsareal i x -aksens retning per længdeenhed vinkelret på x -aksen
A_{sy}	armeringsareal i y -aksens retning per længdeenhed vinkelret på y -aksen
A_{tot}	samlet brudlinieareal ved studsfugebrud
b	skivetykkelse
c_e	kohæsion af studsfuge
f_c	trykstyrke
f_{ce}	trykstyrke af studsfuge
f_{cf}	trykstyrke af fuge
f_{cl}	trykstyrke af liggefuge
f_{cm}	trykstyrke af grundlæggende isotropt murværk
f_{cmid}	middelværdi af f_{cx} og f_{cy}
f_{cs}	trykstyrke af sten
f_{cv}	murværks enaksede trykstyrke under vinklen v i forhold til studsfugen
f_{cx}	murværks enaksede trykstyrke parallelt med liggefugen
$f_{cxspalte}$	murværks enaksede trykstyrke parallelt med liggefugen ved spaltebrud
f_{cy}	murværks enaksede trykstyrke vinkelret på liggefugen
$f_{c\theta}$	murværks enaksede trykstyrke under vinklen θ i forhold til studsfugen
f_t	trækstyrke
f_{tf}	trækstyrke af fuge
f_{tm}	trækstyrke af grundlæggende isotropt murværk
f_{ts}	trækstyrke af sten
f_{tv}	murværks enaksede trækstyrke under vinklen v i forhold til liggefugen
f_{tx}	murværks enaksede trækstyrke parallelt med liggefugen
f_{ty}	murværks enaksede trækstyrke vinkelret på liggefugen
f_y	flydespænding for armeringsstål
h_f	liggefugehøjde
h_s	stenhøjde
k	materialeparameter for Coulomb- og modificerede Coulombmaterialer
k_m	materialeparameter for det grundlæggende isotrope murværk
l_f	studsfulgelængde
l_s	stenlængde – eller faktor for hensyntagen til stenens trækstyrke
m_s	faktor for hensyntagen til stenens trækstyrke
u	flytningsvektor
v	vinkel

W_E	ydre arbejde
W_I	indre arbejde
W_{IV}	indre arbejde pr volumenenhed

Græske symboler

α_l	vinkel mellem flytningsvektor og liggefuge
α_e	vinkel mellem flytningsvektor og studsuge
δ	flytning
ε_{xx}	tøjning i mursten parallelt med liggefugen
ε_{yy}	tøjning i mursten vinkelret på liggefugen
ε_{fx}	tøjning i fuge parallelt med liggefugen
ε_{fy}	tøjning i fuge vinkelret på liggefugen
φ_e	frikionsvinkel for studsuge
φ_l	frikionsvinkel for liggefuge
φ_s	frikionsvinkel for sten
Φ_x	armeringsgrad for armering i x-aksens retning
Φ_y	armeringsgrad for armering i y-aksens retning
λ_f	proportionalitetsfaktor for plastiske tøjninger i fuge
λ_s	proportionalitetsfaktor for plastiske tøjninger i sten
σ_1	1. hovedspænding i skivens plan
σ_2	2. hovedspænding i skivens plan
σ_x	normalspænding i snit vinkelret på liggefugen, positiv som træk
σ_y	normalspænding i snit parallelt med liggefugen, positiv som træk
τ_{xt}	forskydningsspænding i snit vinkelret på eller parallelt med liggefugen, ofte numerisk værdi
ν	effektivitetsfaktor
ν_{cf}	effektivitetsfaktor for fugens trykstyrke
ν_{cs}	effektivitetsfaktor for stenens trykstyrke
ν_{tf}	effektivitetsfaktor for fugens trækstyrke
ν_{ts}	effektivitetsfaktor for stenens trækstyrke
ω	hældning af trappelinie
θ	vinkel
ξ	forhold mellem stenareal og samlet brudlinieareal ved studsugebrud – eller skaleringsfaktor

1 Enaksede styrker af murværk

På baggrund af plasticitetsteorien ønskes opstillet metoder til bestemmelse af de enaksede styrkeegenskaber for murede skiver. Egenskaberne af sten og mørtel er som oftest velkendte. Det vil derfor være at foretrække, hvis murværks styrkeegenskaber kan bestemmes ud fra kendskab til egenskaberne af henholdsvis sten og mørtel. Alternativt skal man for enhver kombination af sten og mørtel bestemme egenskaberne for murværk på baggrund af forsøg. En anden fordel ved at bestemme styrken af murværk ud fra teoretiske modeller er, at det vil medvirke til at højne den ingeniørmæssige forståelse for murværkets natur. Problemet med bestemmelse af styrkeegenskaberne svarende til enakset træk og tryk er tidligere behandlet af Lars German Hagsten [1999.1] og [1999.2]. I denne rapport forsøges det – gennem passende antagelser – at opstille simplificerede udtryk til bestemmelse af den enaksede bæreevne af murværk. Dette gælder såvel den enaksede bæreevne vinkelret på – og parallelt med – liggefugerne, som den enaksede bæreevne under en given vinkel i forhold til liggefugen.

1.1 Antagelser

Murværk kan generelt opfattes som sammensat af 3 materialer. Ud over sten og fuge har det vist sig, at skillefladen mellem sten og fuge må betragtes som et selvstændigt materiale. Styrken af alle materialer beskrives ved Coulombs modificerede brudbetingelse. Sammenhængen mellem træk- og trykstyrken af danske mursten er af Klaus Feilberg Hansen fundet til [2002.1]

$$f_{ts} = \frac{1}{20} f_{cs} \quad (1.1.1)$$

hvor f_{cs} og f_{ts} er henholdsvis stenens tryk- og trækstyrke angivet. Mørtelens trækstyrke antages at kunne bestemmes i henhold til teorien anvendt for betonkonstruktioner – se for eksempel [1998.1]. Trækstyrken er da givet ved

$$f_{tf} = \sqrt{0.1 f_{cf}} \quad (1.1.2)$$

hvor f_{cf} og f_{tf} er henholdsvis fugens tryk- og trækstyrke i MPa. Trækstyrken af skillefladen mellem sten og fuge sættes lig med nul. Ved brudliniebetragtninger betyder det, at brudlinier der løber i ligge- eller studsfugen tildeles trækstyrken nul. Dette begrundes med, at den umiddelbare trækstyrke vil kunne forsvinde med tiden. Påvirkningerne gennem en konstruktions levetid antages således at kunne resultere i revnevækst. Dertil kommer, at hensyntagen til trækstyrken af skøre materialer generelt skal behandles med stor forsigtighed. Brudtyper der baseres på trækstyrken vil således oftest lede til skøre brud. Trykstyrken af skillefladen må bestemmes ved forsøg. Skillefladens trykstyrke er afhængig af stenenes minutsugning og af mørtelens sammensætning. [1997.2] omhandler en mindre undersøgelse af denne problematik.

Friktionsvinklen for såvel mørtel som skilleflade sættes lig med 30° . Stenenes friktionsvinkel er ikke kendt. Kommentarer vedrørende stenenes friktionsvinkel knyttes til de relevante steder i rapporten.

Spændinger regnes i rapporten positive som træk, ligesom tøjninger regnes positive som forlængelser. Alle vinkler regnes i grader. I de fleste tilfælde angives blot vinklens størrelse uden tilhørende enhedsbetegnelse.

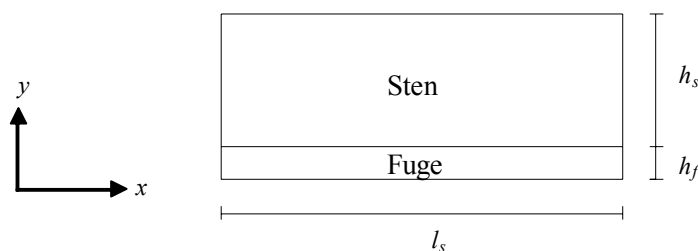
1.2 Effektivitetsfaktorer

Ved praktisk anvendelse af øreværdiløsninger er det nødvendigt at indføre effektivitetsfaktorer på styrkeparametrene. Effektivitetsfaktorerne er størrelser, der ganges på de enkelte materials styrke for at tage højde for, at der i praksis ikke vil være tale om plastiske spændingsfordelinger. Effektivitetsfaktorerne er således udtryk for hvor godt de plastiske modeller stemmer overens med virkeligheden. Effektivitetsfaktorerne bestemmes ved sammenligning med forsøg således, at der opnås størst mulig overensstemmelse mellem teori og forsøg.

Ved den praktiske anvendelse af bæreevneudtrykkene opstillet i de følgende kapitler skal der anvendes νf_c og νf_t i stedet for henholdsvis f_c og f_t . ν bestemmes for hver enkelt model og hver enkelt styrkeparameter for sig. Nærmere kommentarer knyttes til effektivitetsfaktorerne i de tilfælde, hvor de opstillede modeller er sammenlignet med forsøg.

1.3 Trykstyrke vinkelret på liggefugerne

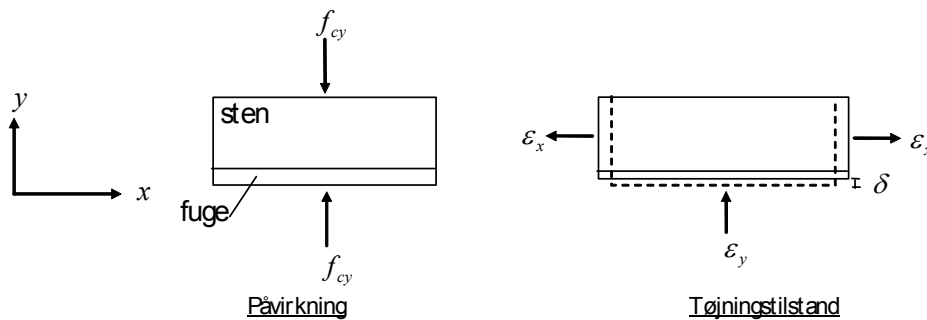
Hans Exner fremsatte i [1983.4] et forslag til bestemmelse af trykstyrken f_{cy} af murværk vinkelret på liggefugerne. Trykstyrken bestemmes ud fra en øreværdibetragtning. Murværk påført en trykspænding $\sigma_y = -f_{cy}$ vinkelret på liggefugen tænkes at give anledning til et kontinuert tøjningsfelt, svarende til plastiske tøjninger i et modificeret Coulombmateriale. Der er altså tale om brud som følge af flydning i murværket som helhed, og ikke i lokale flydelinier. Exner angiver to øreværdiløsninger, som begge gennemgås i det følgende. Trykstyrken bestemmes af den løsning, der giver den mindste bæreevne. Der ses i løsningerne bort fra studsfugens indflydelse på bæreevnen. Murværket betragtes således i denne forbindelse som gennemgående bånd af henholdsvis sten og fuge. Øreværdierne opstilles ud fra betragtning af en enhedscelle med længden l_s og højden $h_s + h_f$ som vist på Figur 1.1. l_s og h_s er henholdsvis længden og højden af en sten, og h_f er højden af fugen. Udover de to løsninger af Exner, opstilles her en tredje løsning, der skal tage højde for de tilfælde, hvor mørtelen er væsentligt stærkere end stenene. – En situation som kan blive mere og mere aktuel i takt med indførelsen af nyere tiders funktionsmørtler.



Figur 1.1: Enhedscelle til udledning af Exners øreværdiløsninger

Lars German Hagsten bestemte i [1999.1] trykstyrken vinkelret på liggefugen ud fra betragtning af brudlinier igennem henholdsvis sten og liggefuge. En sådan fremgangsmåde indebærer optimering med hensyn til de vinkler, der bestemmer hældningen af de enkelte dele af brudlinien. Desuden optimeres med hensyn til vinklen mellem brudlinien og flytningsvektoren u , som beskriver den gensidige flytning i brudlinien. Anvendes en fremgangsmåde som beskrevet i det følgende findes derimod simple analytiske udtryk til bestemmelse af trykstyrken.

1.3.1 Exners 1. øvre værdi for trykstyrken vinkelret på liggefugerne



Figur 1.2: Exners 1. øvre værdi for trykstyrken vinkelret på liggefugerne

I denne løsning tænkes sten og fuge som følge af trykspændingen $\sigma_y = -f_{cy}$ påvirket til en kontinuert tøjningstilstand bestående af en sammentrykning i y -aksens retning, samt en udvidelse i x -aksens retning. x -aksen er en akse parallel med liggefugerne, og y -aksen er en akse vinkelret på liggefugerne – se Figur 1.2. Sammentrykningen i y -aksens retning er af størrelsen δ , og tænkes alene at skyldes deformation af fugen, hvilket i henhold til plasticitetsteorien svarer til et tilfælde hvor stenens trykstyrke er større end fugens. Idet fugens tykkelse betegnes h_f kan den plastiske tøjning i y -aksens retning udtrykkes ved (1.3.1) – se [1998.1].

$$\epsilon_{fy} = -\lambda_f = -\frac{1}{h_f} \delta \quad (1.3.1)$$

Fugens tøjning i x -aksens retning bliver i overensstemmelse med teorien for modificerede Coulombmaterialer [1998.1]

$$\epsilon_{fx} = k_f \lambda_f = \frac{k_f}{h_f} \delta \quad (1.3.2)$$

Da murstenen antages tøjningsfri i trykretningen, findes at

$$\epsilon_{sy} = 0 \quad (1.3.3)$$

Idet der antages fuldstændig vedhæftning mellem sten og mørtel, vil stenens tøjning i x -aksens retning være givet ved

$$\epsilon_{sx} = \epsilon_{fx} = \frac{k_f}{h_f} \delta \quad (1.3.4)$$

Faktoren k , med indeks f for fugen henholdsvis s for stenen, er afhængig af materialernes friktionsvinkler. k er således defineret som

$$k_i = \frac{1 + \sin \varphi_i}{1 - \sin \varphi_i} \quad (1.3.5)$$

hvor indeks i erstattes med enten f eller s , og φ angiver friktionsvinklen.

Arbejds ligningen anvendes nu på den påførte deformationstilstand. Dissipationen pr. volumenenhed kan for et modificeret Coulomb materiale udtrykkes ved [1998.1]

$$W_{IV} = f_c \sum |\varepsilon^-| + f_t \left(\sum \varepsilon^+ - k \sum |\varepsilon^-| \right) \quad (1.3.6)$$

hvor f_c og f_t er henholdsvis materialets tryk- og trækstyrke. $\sum \varepsilon^+$ er summen af positive hovedtøjninger, og $\sum |\varepsilon^-|$ er den numeriske sum af de negative hovedtøjninger. Tøjningerne regnes som nævnt positive som forlængelser. Den totale dissipation for den her betragtede enhedscelle kan med det givne tøjningsfelt findes til

$$\begin{aligned} W_I &= \left(-f_{cs} \varepsilon_{sy} + f_{ts} (\varepsilon_{sx} + k_s \varepsilon_{sy}) \right) b h_s l_s + \left(-f_{cf} \varepsilon_{fy} + f_{tf} (\varepsilon_{fx} + k_f \varepsilon_{fy}) \right) b h_f l_s \\ &= f_{ts} \varepsilon_{sx} b h_s l_s - f_{cf} \varepsilon_{fy} b h_f l_s = \left(\frac{h_s k_f}{h_f} f_{ts} + f_{cf} \right) b l_s \delta \end{aligned} \quad (1.3.7)$$

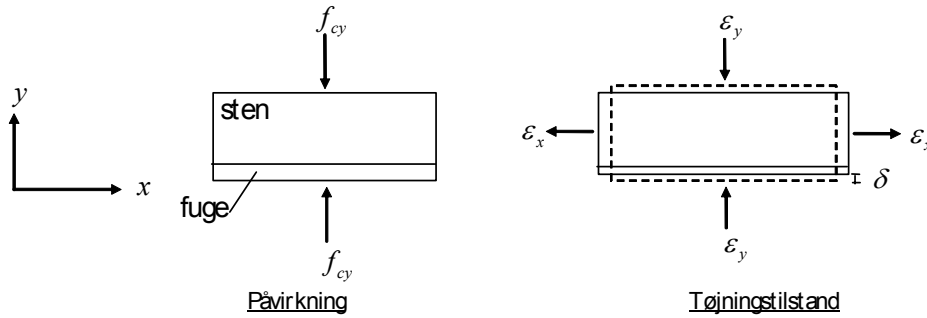
Bemærk, at der ikke er noget bidrag fra tværudvidelsen af fugen, idet sidste led i (1.3.6) forsvinder for den betragtede tøjningstilstand. Størrelserne h_s , h_f og l_s er defineret på Figur 1.1, og b er enhedscellens bredde ud af planen. Størrelserne f_{ts} og f_{cs} er stenens henholdsvis træk- og trykstyrke, og f_{tf} og f_{cf} er de tilsvarende størrelser for fugen. Det ydre arbejde er givet ved

$$W_E = b l_s \delta f_{cy} \quad (1.3.8)$$

hvor f_{cy} er murværkets trykstyrke vinkelret på liggefugen. Anvendelse af arbejds ligningen giver

$$f_{cy} = \frac{h_s k_f}{h_f} f_{ts} + f_{cf} \quad (1.3.9)$$

1.3.2 Exners 2. øvre værdi for trykstyrken vinkelret på liggefugerne



Figur 1.3: Exners 2. øvre værdi for trykstyrken vinkelret på liggefugerne

I dette tilfælde antages såvel sten som fuge at få deformationer i lastretningen. Det vil sige, at stenens sammentrykning ϵ_{sy} er forskellig fra nul. Tøjningen ϵ_{sy} bestemmes ud fra kendskab til tøjningen ϵ_{sx} , der igen bestemmes ud fra fugens sammentrykning og forlængelse. Defineres δ som vist på Figur 1.3, og antages fuld vedhæftning mellem sten og fuge, er tøjningerne ϵ_{sx} , ϵ_{fx} og ϵ_{fy} de samme som i det foregående afsnit. ϵ_{sy} kan findes af

$$\epsilon_{sy} = -\lambda_s \quad (1.3.10)$$

der idet strækket $\epsilon_{sx} = \lambda_s k_s$ [1998.1] giver at

$$\epsilon_{sy} = -\frac{\epsilon_{sx}}{k_s} = -\frac{k_f}{k_s h_f} \delta \quad (1.3.11)$$

For denne tøjningstilstand forsvinder trækstyrkens bidrag til det indre arbejde for såvel sten som fuge. Dissipationen, der således udelukkende får bidrag fra sammentrykningen, bliver

$$W_I = \frac{k_f}{h_f} \frac{h_s}{k_s} f_{cs} b l_s \delta + \frac{h_f}{h_f} f_{cf} b l_s \delta = \left(\frac{k_f}{h_f} \frac{h_s}{k_s} f_{cs} + f_{cf} \right) b l_s \delta \quad (1.3.12)$$

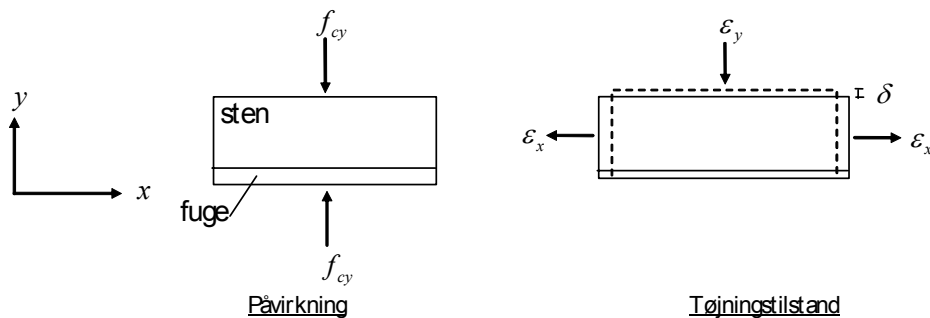
Sammentrykningen af stenen betyder, at det ydre arbejde bliver større, idet den samlede sammentrykning får et ekstra bidrag givet ved $h_s |\epsilon_{sy}| = \frac{k_f}{h_f} \frac{h_s}{k_s} \delta$. Det ydre arbejde bliver

$$W_E = b l_s \delta f_{cy} \left(1 + \frac{k_f}{h_f} \frac{h_s}{k_s} \right) \quad (1.3.13)$$

Anvendelse af arbejdslikningen giver

$$f_{cy} = \frac{f_{cf} + \frac{k_f}{h_f} \frac{h_s}{k_s} f_{cs}}{1 + \frac{k_f}{h_f} \frac{h_s}{k_s}} \quad (1.3.14)$$

1.3.3 Supplerende 3. øvreværdi for trykstyrken vinkelret på liggefugerne



Figur 1.4: Supplerende øvreværdi for trykstyrken vinkelret på liggefugerne

I moderne murværk anvendes i stigende grad cementmørtler. Derudover er der igennem de seneste år introduceret de nye såkaldte funktionsmørtler. Trykstyrken af disse mørtler kan være væsentligt større end trykstyrken af stenene. Der kan således tænkes at forekomme tilfælde analoge til Exners 1. øvreværdi, men hvor det er stenen, der trykkes sammen og fugen, der bliver trukket over. Øvreværdien kan i dette tilfælde findes ved at bytte rundt på indekserne i Exners 1. øvreværdi (1.3.9). Trykstyrken bliver

$$f_{cy} = \frac{h_f k_s}{h_s} f_{tf} + f_{cs} \quad (1.3.15)$$

1.3.4 Sammenligning af øvreværdier

Trykstyrken af murværk bestemt ved de tre øvreværdier er for en trykstyrke $f_{cs} = 20$ MPa vist på Figur 1.5. Trykstyrken er gjort dimensionsløs ved at dividere med f_{cs} , og afbildningen er vist som funktion af forholdet mellem trykstyrkerne af henholdsvis fuge og sten. Sammenhængen mellem fugens trykstyrke og trækstyrke er givet ved (1.1.2)

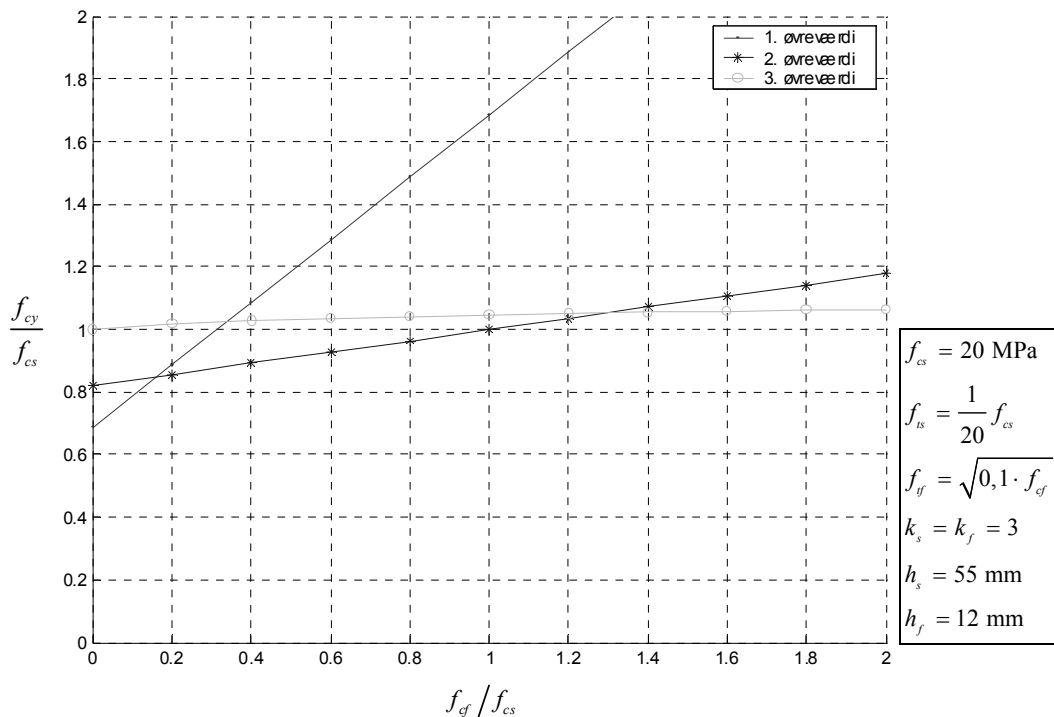
$$f_{tf} = \sqrt{0,1 f_{cf}} \quad (1.3.16)$$

og forholdet mellem stenens trykstyrke og trækstyrke er givet ved (1.1.1)

$$f_{ts} = \frac{1}{20} f_{cs} \quad (1.3.17)$$

Det er valgt at sætte $k_f = k_s = 3$, svarende til at såvel sten som fuge har en friktionsvinkel på 30° . Ved praktisk dimensionering må der indføres effektivitetsfaktorer på styrkeparametrene – se afsnit 1.2 og 1.3.5. De geometriske størrelser er sat til $h_s = 55$ mm og $h_f = 12$ mm svarende til henholdsvis dansk normalstensformat og normal praksis. Af figuren fremgår, at Exners 1. øvreværdi er bestemmende når forholdet mellem trykstyrken af fugen og trykstyrken af stenen er lille. Exners 1. øvreværdi er altså afgørende, når der anvendes relativt svage mørtler. Tilsvarende er 3. øvreværdi afgørende i tilfælde, hvor der anvendes relativt stærke mørtler. Exners 2. øvreværdi er afgørende for de mellemliggende tilfælde.

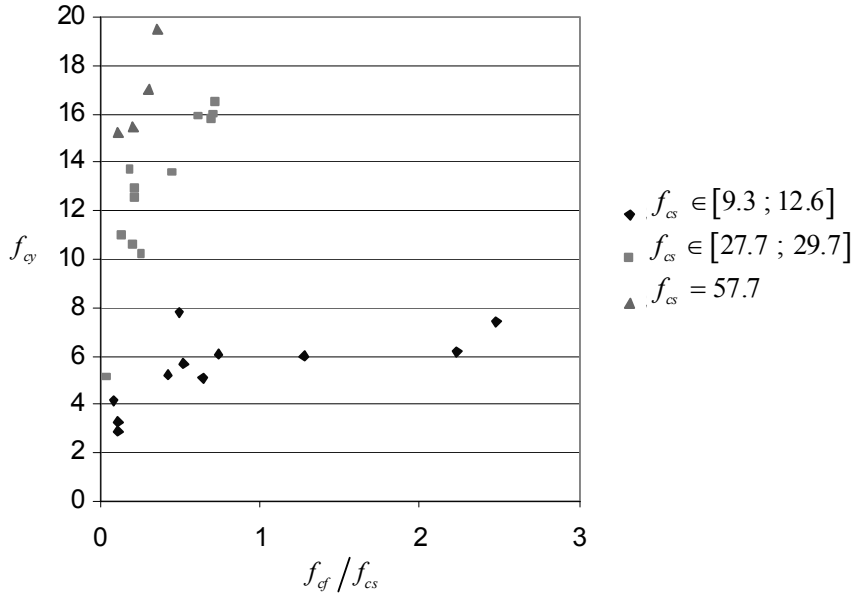
Det fremgår af de udledte udtryk, at bæreevnen er uafhængig af længden l_s af den betragtede enhedscelle. Betragtes i stedet en situation hvor tværudvidelsen tænkes at foregå ud af skivens plan, vil man derfor finde den samme bæreevne som givet ved de her anvendte betragtninger. Dette følger umiddelbart af, at der betragtes et kontinuert tøjningsfelt. Det indre arbejde skal derfor udregnes for det volumen af sten henholdsvis mørtel, som påføres en deformation. Da der er tale om de samme mængder hvad enten udvidelsen er parallel med liggefugerne eller vinkelret på skivens plan, vil arbejdet være det samme i de to situationer. Det ydre arbejde vil ligeledes altid være det samme i de to tilfælde, da sammentrykningen af enhedscellen er uafhængig af i hvilken retning enhedscellen udvides.



Figur 1.5: Sammenligning af øreværdier til bestemmelse af trykstyrken af murværk vinkelret på liggefugerne.

1.3.5 Effektivitetsfaktorer

Modellen for trykstyrken vinkelret på liggefugerne er sammenlignet med forsøg for massive teglsten udført ved Kalk- og Teglslabslaboratoriet [1984.1]. Forsøgene er gengivet i [1999.1]. Plottes murværkets trykstyrke f_{cy} som funktion af forholdet mellem stenenes og mørtelens trykstyrker, fås en sammenhæng som vist på Figur 1.6. På figuren er der skelnet mellem stenstyrker i intervallet 9.3-12.6 MPa og 27.7-29.7 MPa samt sten med en styrke på 57.7 MPa. Stenenes trykstyrke ses at have stor indflydelse på trykstyrken af murværk.



Figur 1.6: Murværks trykstyrke som funktion af forholdet mellem stenenes og mørtelens trykstyrker. Enheden for alle styrker er MPa. Forsøg udført ved Kalk- og Teglværkslaboratoriet [1984.1]

Murværkets trykstyrke stiger i takt med stigende stenstyrker. Dette må der tages hensyn til gennem indførelse af effektivitetsfaktoren på stenens trykstyrke. Øvrige effektivitetsfaktorer justeres således, at der opnås bedst mulig overensstemmelse mellem teori og forsøg. Efter indførelse af effektivitetsfaktorer som beskrevet i afsnit 1.2, kan trykstyrken vinkelret på liggefugen udtrykkes ved (1.3.18).

$$f_{cy} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{h_s k_f}{h_f} \nu_{ts} f_{ts} + \nu_{cf} f_{cf} \\ \nu_{cf} f_{cf} + \frac{k_f}{h_f} \frac{h_s}{k_s} \nu_{cs} f_{cs} \\ 1 + \frac{k_f}{h_f} \frac{h_s}{k_s} \\ \frac{h_f k_s}{h_s} \nu_{tf} f_{tf} + \nu_{cs} f_{cs} \end{array} \right. \quad (1.3.18)$$

Effektivitetsfaktorerne ν_{ts} og ν_{cs} for stenens træk- og trykstyrke, samt ν_{tf} og ν_{cf} for fugens træk- og trykstyrke er ved ”best fit” bestemt til

$$\nu_{ts} = \frac{1.2}{\sqrt{f_{cs}}} \quad (1.3.19)$$

$$\nu_{cs} = 0.29 f_{cs}^{0.29} \leq 1 \quad (1.3.20)$$

$$\nu_{tf} = 1 \quad (1.3.21)$$

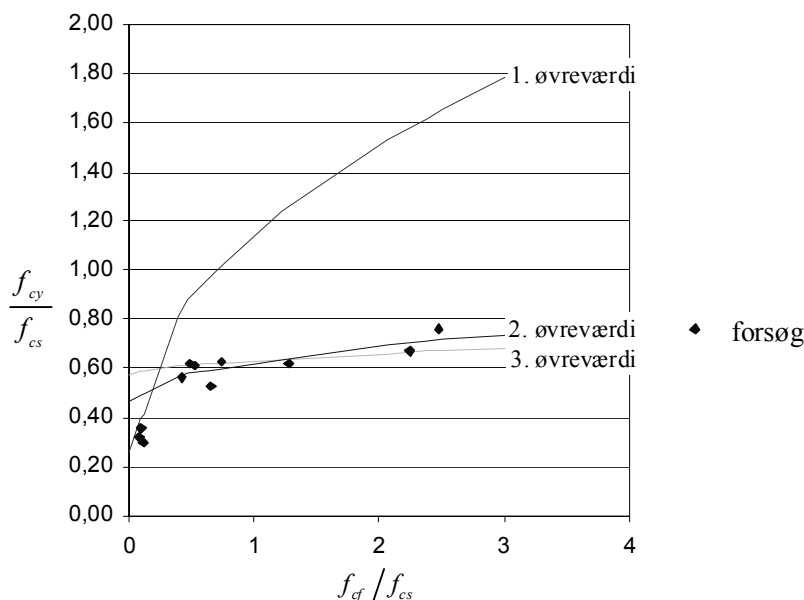
$$\nu_{cf} = \frac{2.8}{\sqrt{f_{cf}}} \leq 1.4 \quad (1.3.22)$$

hvor styrkeparametrene indsættes i MPa.

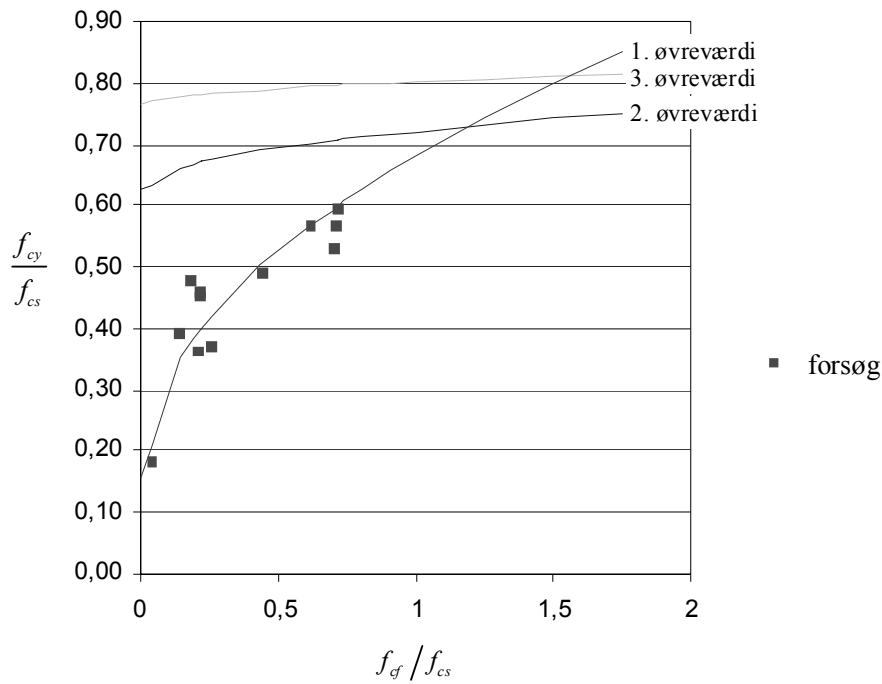
Herved opnås god overensstemmelse med forsøgene. Middelværdien af forholdet mellem bæreevnen bestemt ved forsøg og den teoretisk bestemte bæreevne er 1.0 med en standardafvigelse på 11%. Dette svarer til overensstemmelsen fundet ved anvendelse af Hagstens model [1999.1]. Sammenligningen er som nævnt foretaget ud fra en antagelse om at stenenes friktionsvinkel er lig med 30° . Ved nærmere kendskab til stenenes friktionsvinkel, må der foretages en revurdering af de angivne effektivitetsfaktorer.

Forklaringen på at effektivitetsfaktoren ν_{cf} er lig med 1 må findes i deformationstilstanden svarende til 3. øvre værdi hvori ν_{cf} indgår. Her trykkes stenen sammen og trækker fugen over. Som følge af fugens ringe udstrækning kan man forestille sig, at trækspændingerne i fugen bliver stort set jævnt fordelt over fugen. Den virkelige spændingstilstand svarer således tilnærmelsesvis til den spændingstilstand, der er antaget i modellen. Tilsvarende er forklaringen på, at ν_{cf} tillades at antage værdier op til 1.4, at der som følge af fugens ringe udstrækning optræder triaksiale spændingstilstande i denne.

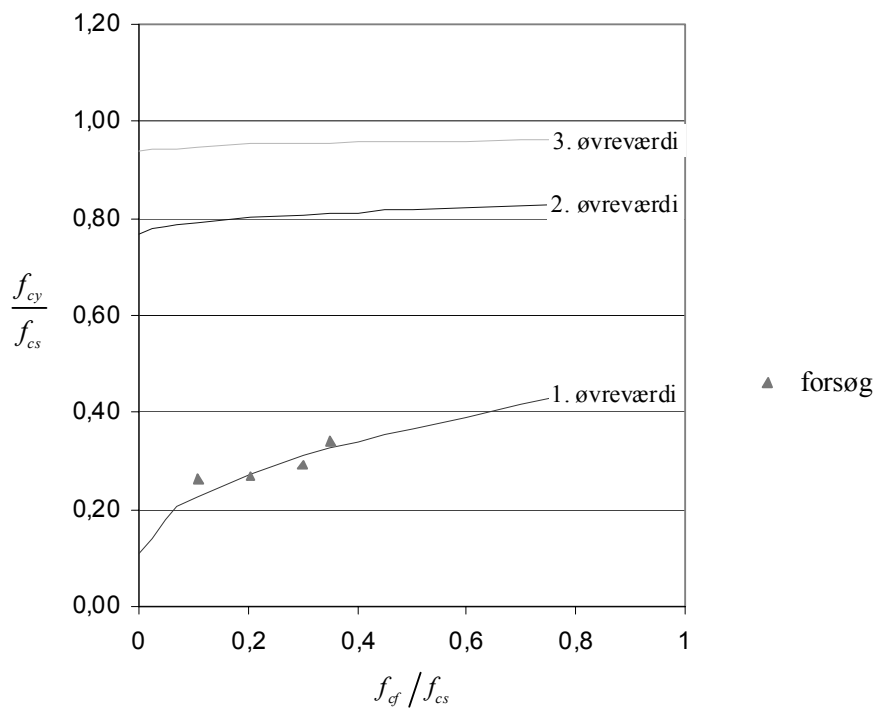
Det kan være illustrativt – for hver gruppe af stenstyrker – at bestemme den teoretiske bæreevne svarende til en middelstenstyrke. De vægtede middelstyrker er henholdsvis 10.1 MPa, 28.2 MPa og 57.7 MPa. På Figur 1.7 til Figur 1.9 er de teoretiske styrker bestemt ud fra middelstenstyrkerne plottet sammen med de respektive forsøgsresultater. Det fremgår af figurene, at alle 3 øvre værdier har betydning for de svage sten. For de stærkere sten er det imidlertid kun 1. øvre værdi, der bliver aktuel.



Figur 1.7: Sammenligning mellem teori og forsøg for $f_{cs} \in [9.3 ; 12.6]$ MPa. f_{cs} er ved bestemmelse af de teoretiske bæreevner sat til 10.1 MPa



Figur 1.8: Sammenligning mellem teori og forsøg for $f_{cs} \in [27.7 ; 29.7]$ MPa. f_{cs} er ved bestemmelse af de teoretiske bæreevner sat til 28.2 MPa



Figur 1.9: Sammenligning mellem teori og forsøg for $f_{cs} \in [57.7]$ MPa. f_{cs} er ved bestemmelse af de teoretiske bæreevner sat til 57.7 MPa

Trykstyrken givet ved (1.3.18) sammenlignes herefter med andre udtryk givet i litteraturen. Hagsten [1999.1] angiver – i erkendelse af, at hans teoretiske udtryk er besværlige at anvende i praksis – det tilnærmede udtryk (1.3.23) for trykstyrken vinkelret på liggefugen

$$f_{cy} = \left(1.81 \left(\frac{\nu_f f_{cf}}{\nu_s f_{cs}} \right)^{0.66} - 0.81 \left(\frac{\nu_f f_{cf}}{\nu_s f_{cs}} \right)^{1.38} \right) \nu_s f_{cs} \quad (1.3.23)$$

hvor

$$\nu_s = 0.34 f_{cs}^{0.34} \leq 1 \quad (1.3.24)$$

$$\nu_f = \frac{1.18}{f_{cf}^{0.45}} \leq 1 \quad (1.3.25)$$

Styrker i udtrykkene (1.3.23) til (1.3.25) indsættes i MPa.

For $f_{cf} > 1.45$ MPa og $f_{cs} > 23.9$ MPa gives det endnu simplere udtryk (1.3.26) – styrker i MPa.

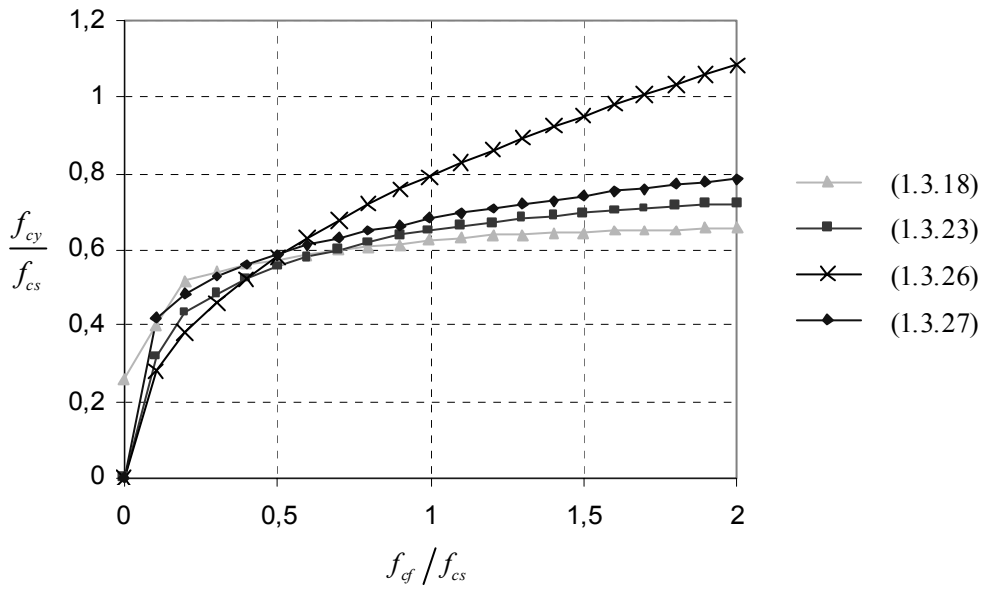
$$f_{cy} = 1.38 f_{cf}^{0.31} f_{cs}^{0.45} \quad (1.3.26)$$

(1.3.26) minder om et empirisk udtryk angivet af Hendry og Malek [1990.1]. Hendrys og Maleks udtryk blev opstillet på baggrund af statistisk analyse på et stort antal resultater fra forsøg med vægge. Væggene var muret med massive sten og havde en tykkelse svarende til stenenes bredde (halvstensvæg). Trykstyrken vinkelret på liggefugen blev fundet til – styrker i MPa

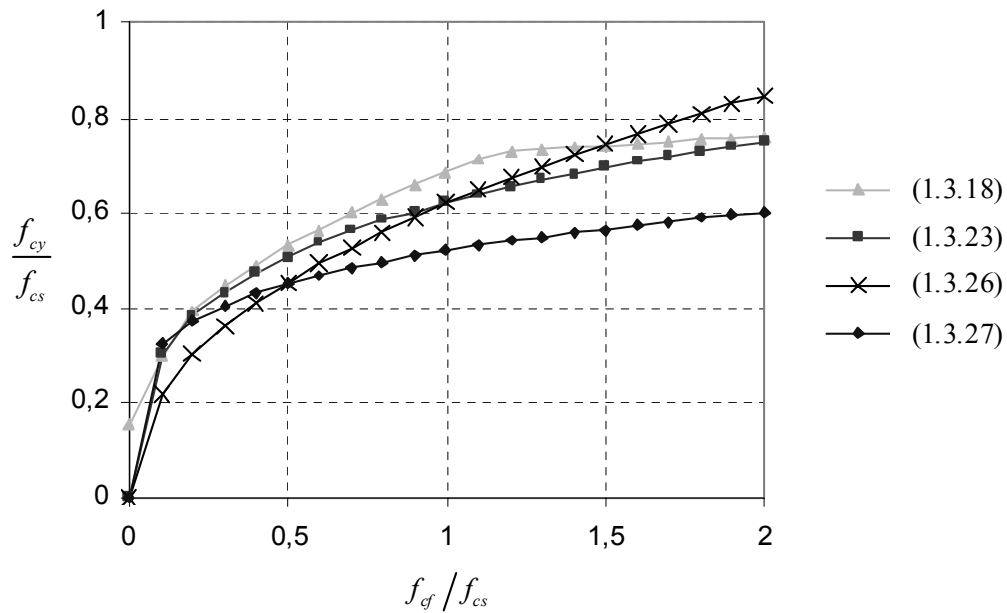
$$f_{cy} = 1.242 f_{cs}^{0.531} f_{cf}^{0.208} \quad (1.3.27)$$

Et tilsvarende udtryk blev fundet for forsøg med helstensvægge. Udtrykket svarende til helstensvægge giver lavere styrke end udtrykket svarende til halvstensvægge. I henhold til modellen beskrevet i det foregående er trykstyrken uafhængig af væggens tykkelse. Den rapporterede afhængighed af vægtykkelsen kan muligvis skyldes, at helstensvæggens forbandt introducerer et svagt snit i væggens indre – parallelt med væggens plan. Trykstyrken kan derfor tænkes at være bestemt af lasten svarende til spaltebrud og ikke som bæreevnen svarende til det endelige brud.

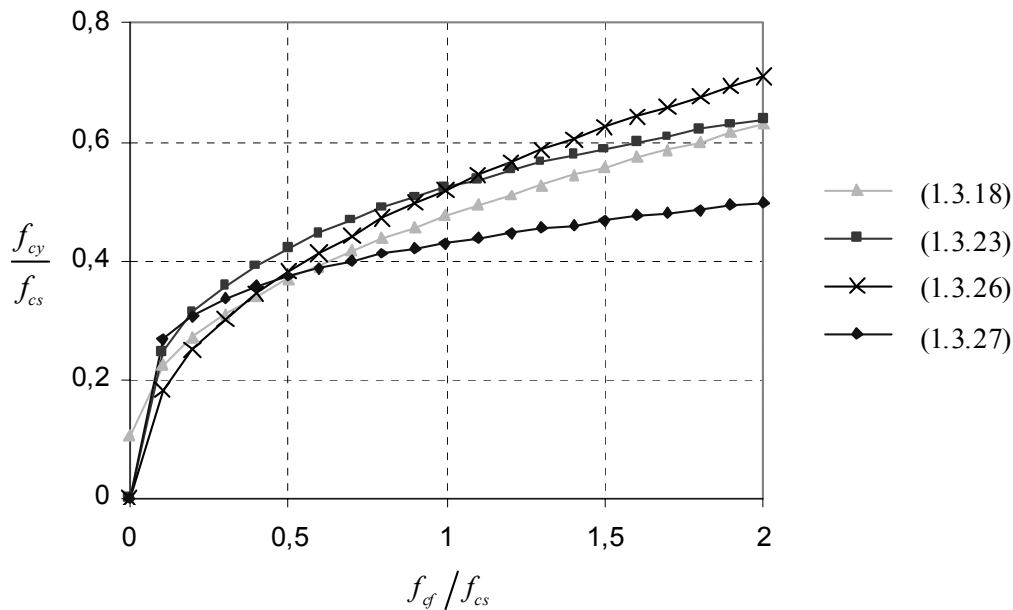
Udtrykkene (1.3.18), (1.3.23), (1.3.26) og (1.3.27) til bestemmelse af trykstyrken vinkelret på liggefugen er på Figur 1.10 til Figur 1.12 sammenlignet for stenstyrker på henholdsvis 10, 28 og 58 MPa. Det fremgår, at der er god overensstemmelse mellem (1.3.18) og (1.3.23). Den gode overensstemmelse var at vente, idet effektivitetsfaktorerne for de to udtryk er bestemt på baggrund af de samme forsøgsresultater. (1.3.27) forekommer at ligge på den sikre side, når der er tale om stærke sten. For svage sten giver (1.3.27) derimod en trykstyrke på den usikre side.



Figur 1.10: Sammenligning af udtryk til bestemmelse af trykstyrken vinkelret på liggefugen for $f_{cs} = 10$ MPa . Det bemærkes, at (1.3.26) egentlig ikke er gældende for denne stenstyrke



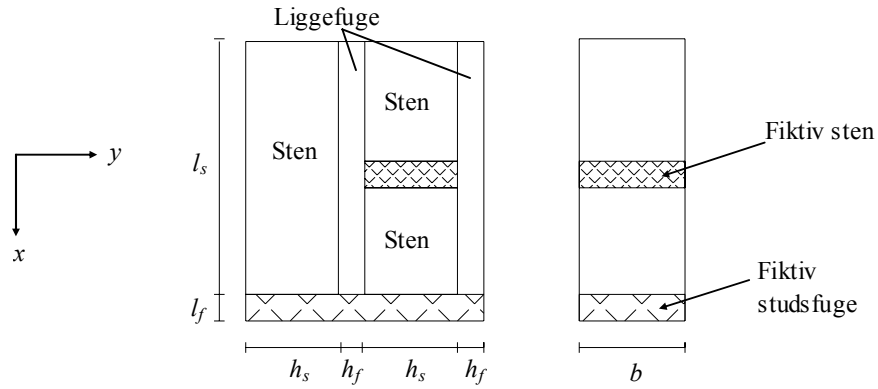
Figur 1.11: Sammenligning af udtryk til bestemmelse af trykstyrken vinkelret på liggefugen for $f_{cs} = 28$ MPa



Figur 1.12: Sammenligning af udtryk til bestemmelse af trykstyrken vinkelret på liggefugen for $f_{cs} = 58$ MPa

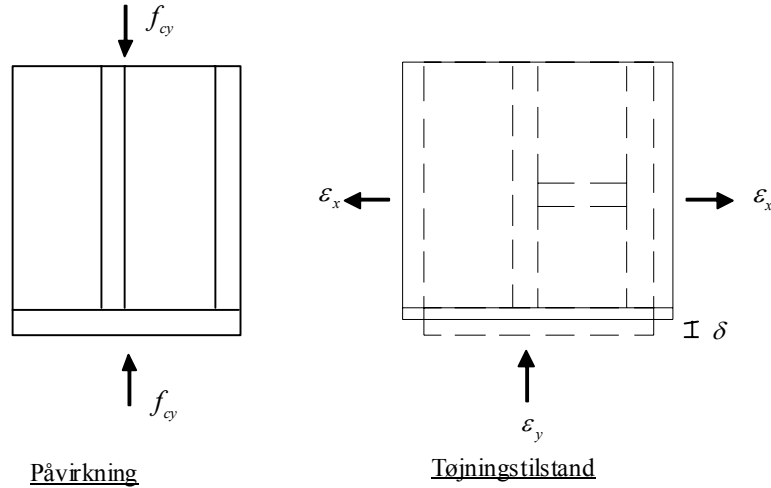
1.4 Trykstyrke parallelt med liggefugerne

Med udgangspunkt i Exners betragtninger vedrørende tryk vinkelret på liggefugerne opstilles i det følgende en model til bestemmelse af trykstyrken f_{cx} parallelt med liggefugerne. Af hensyn til overholdelse af kompatibilitetsbetingelsen betragtes en enhedscelle som vist på Figur 1.13. Der er således indført en fiktiv gennemgående studsuge. Den faktiske studsuge behandles som om den havde egenskaber svarende til en sten. Det er yderligere nødvendigt, ved opstilling af en løsning svarende til Exners 2. øvreværdi – afsnit 1.3.2 – at forudsætte, at sten og liggefuge har samme friktionsvinkel og dermed samme k -faktor, idet sten og liggefuge ellers ikke – som antaget – kan have samme tøjningstilstand (se afsnit 1.4.2). I det følgende betegnes k -faktoren for sten og liggefuge under ét, k_s . k_s tænkes bestemt for en friktionsvinkel svarende til fugen. Ved nærmere kendskab til stenens friktionsvinkel må det overvejes at bestemme k_s på baggrund af denne. Betragtningerne er derudover analoge til modellerne for tryk vinkelret på liggefugerne. Der skelnes igen mellem tre tilfælde. – Et hvor den fiktive fuge trykkes sammen og trækker sten og liggefuge over (1. øvreværdi). – Et hvor den fiktive fuge såvel som det øvrige af enhedscellen trykkes sammen med en tværudvidelse til følge (2. øvreværdi), og et hvor sten og liggefuge trykkes sammen og den fiktive studsuge trækkes over (3. øvreværdi). Den betragtede enhedscelle påvirkes i alle tilfælde til enakset tryk i x -aksens retning.



Figur 1.13: Enhedscelle til udledning af øvreværdiløsninger for trykstyrkerne parallelt med liggefugerne

1.4.1 1. øvreværdi for trykstyrken parallelt med liggefugerne



Figur 1.14: 1. øvreværdi for trykstyrken parallelt med liggefugerne

Trykspændingen $\sigma_x = -f_{cx}$ parallelt med liggefugen tænkes at fremkalde tøjningerne ε_{fx} og ε_{fy} i den fiktive studsfuge.

$$\varepsilon_{fx} = -\frac{\delta}{l_f} \quad (1.4.1)$$

$$\varepsilon_{fy} = k_f \frac{\delta}{l_f} \quad (1.4.2)$$

x - og y -aksernes retning er angivet på Figur 1.13. Antages fuldstændig vedhæftning mellem studsfugen og det øvrige af enhedscellen, bliver tøjningerne i sten og liggefuge i y -aksens retning lig med ε_{fy} . Tøjningerne parallelt med liggefugen er lig med nul. Tøjningerne i sten og liggefuge betegnes under ét som ε_{sx} og ε_{sy} .

$$\varepsilon_{sx} = 0 \quad (1.4.3)$$

$$\varepsilon_{sy} = k_f \frac{\delta}{l_f} \quad (1.4.4)$$

Det indre arbejde bliver

$$W_I = 2bl_s h_s k_f \frac{\delta}{l_f} f_{ts} + 2bl_s h_f k_f \frac{\delta}{l_f} f_{tf} + 2bl_f (h_s + h_f) \frac{\delta}{l_f} f_{cf} \quad (1.4.5)$$

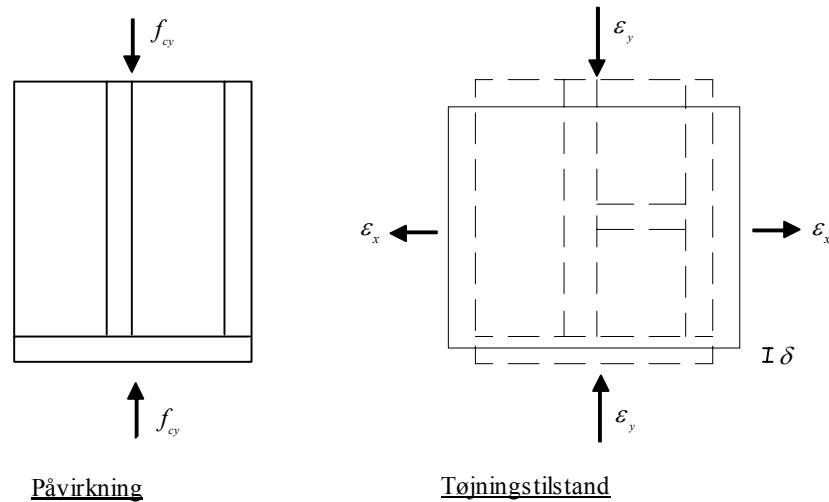
Det ydre arbejde er givet ved

$$W_E = 2b(h_s + h_f) f_{cx} \delta \quad (1.4.6)$$

Anvendelse af arbejdslikningen giver herefter at

$$f_{cx} = k_f \frac{h_s}{(h_s + h_f)} \frac{l_s}{l_f} f_{ts} + k_f \frac{h_f}{(h_s + h_f)} \frac{l_s}{l_f} f_{tf} + f_{cf} \quad (1.4.7)$$

1.4.2 2. øvreværdi for trykstyrken parallelt med liggefugerne



Figur 1.15: 2. øvreværdi for trykstyrken parallelt med liggefugerne

I dette tilfælde tænkes alle dele af enhedscellen at blive påvirket til såvel sammentrykning som tværudvidelse. Tøjningerne i studsfulgen samt tværudvidelsen af sten og liggefuge har samme værdi som i afsnit 1.4.1. Derved fås

$$\varepsilon_{fx} = -\frac{\delta}{l_f} \quad (1.4.8)$$

$$\varepsilon_{fy} = k_f \frac{\delta}{l_f} \quad (1.4.9)$$

$$\varepsilon_{sy} = k_f \frac{\delta}{l_f} \quad (1.4.10)$$

Tøjninger i x -aksens retning i sten og liggefuge findes af

$$\varepsilon_{sx} = -\frac{\varepsilon_{sy}}{k_s} = -\frac{k_f}{k_s} \frac{\delta}{l_f} \quad (1.4.11)$$

Tøjningerne i x -aksens retning er de samme i sten og liggefuge, da kompatibilitetsbetingelsen ellers ikke er overholdt – sten og liggefuge ville ikke følges ad. Der skelnes ikke mellem trykstyrken af liggefuge og studsuge. Det indre arbejde er derfor givet ved

$$W_I = 2bl_s \frac{k_f}{k_s} \frac{\delta}{l_f} (h_s f_{cs} + h_f f_{cf}) + 2bl_f (h_s + h_f) \frac{\delta}{l_f} f_{cf} \quad (1.4.12)$$

Det ydre arbejde er

$$W_E = 2b(h_s + h_f) \left(1 + \frac{k_f l_s}{k_s l_f} \right) \delta f_{cx} \quad (1.4.13)$$

idet den samlede sammentrykning u_x i x -aksens retning er givet ved

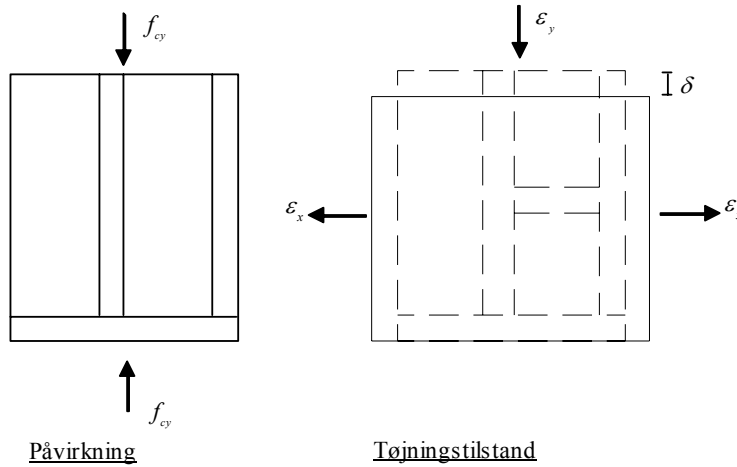
$$u_x = \delta + \frac{k_f}{k_s} \frac{\delta}{l_f} \cdot l_s = \left(1 + \frac{k_f l_s}{k_s l_f} \right) \delta \quad (1.4.14)$$

Ved anvendelse af arbejdslikningen fås at

$$f_{cx} = \frac{\left(\left(1 + \frac{k_f l_s}{k_s l_f} \right) h_f + h_s \right) f_{cf} + \frac{k_f l_s}{k_s l_f} h_s f_{cs}}{(h_s + h_f) \left(1 + \frac{k_f l_s}{k_s l_f} \right)} \quad (1.4.15)$$

Det bemærkes at liggefugen og stenen i dette tilfælde bliver påvirket til samme tøjninger i såvel x - som y -aksens retning. Dette er – som antydnet i indledning til dette afsnit – kun muligt såfremt sten og liggefuge har samme friktionsvinkel. Dette er ikke nødvendigvis tilfældet. Antagelsen $\varphi_s = \varphi_f$ har dog givet god overensstemmelse mellem teori og forsøg for tryk vinkelret på liggefugen – se afsnit 1.3.5. Under alle omstændigheder gengives modellen som en mulig simpel tilnærmelse til et ellers meget kompliceret problem.

1.4.3 3. øvre værdi for trykstyrken parallelt med liggefugerne



Figur 1.16: 3. øvre værdi for trykstyrken parallelt med liggefugerne

Det antages nu, at både sten og liggefuge trykkes sammen. Den til sammentrykningen svarende tværudvidelse overføres til studsfulgen, der påvirkes til stræk. Tøjningerne i sten og liggefuge er givet ved

$$\varepsilon_{sx} = -\frac{\delta}{l_s} \quad (1.4.16)$$

$$\varepsilon_{sy} = k_s \frac{\delta}{l_s} \quad (1.4.17)$$

Under antagelse om fuld vedhæftning mellem sten, liggefuge og studsfulge er tøjningerne i studsfulgen givet ved

$$\varepsilon_{fx} = 0 \quad (1.4.18)$$

$$\varepsilon_{fy} = k_s \frac{\delta}{l_s} \quad (1.4.19)$$

Indre og ydre arbejde kan herefter bestemmes, hvorefter bæreevnen kan findes ved anvendelse af arbejdslikningen.

$$W_I = 2bl_s \frac{\delta}{l_s} (h_s f_{cs} + h_f f_{cf}) + 2bl_f (h_s + h_f) k_s \frac{\delta}{l_s} f_{tf} \quad (1.4.20)$$

$$W_E = 2b(h_s + h_f) \delta f_{cx} \quad (1.4.21)$$

$$f_{cx} = \frac{h_s}{h_s + h_f} f_{cs} + \frac{h_f}{h_s + h_f} f_{cf} + k_s \frac{l_f}{l_s} f_{tf} \quad (1.4.22)$$

For denne øvre værdi er det egentlig tilladeligt at regne med forskellige tøjninger i y -aksens retning i henholdsvis sten og liggefuge. Der skal i så fald regnes med forskellige tøjninger i x -aksens retning i den del af studsfulgen som grænser op til stenen, og den del der grænser op til liggefugen.

1.4.4 Sammenligning af øvreværdier

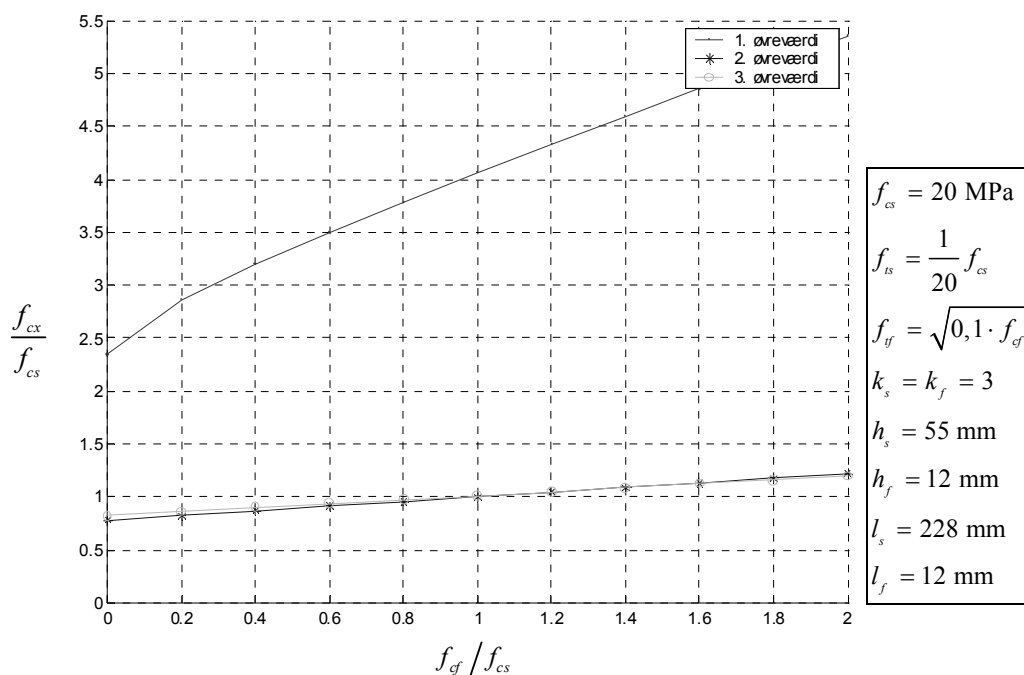
Ved udførelse af forsøg til bestemmelse af trykstyrken parallelt med liggefugen rapporteres i litteraturen om dannelse af gennemgående revner i liggefugerne. Som følge af disse revner, bliver forsøgslegemerne inddelt i mindre tryksøjler. Ofte bestemmes den enaksede trykstyrke parallelt med liggefugen som den last, der svarer til revnedannelse. Den herved fundne bæreevne er af størrelsesordenen $\frac{1}{2}$ gang så stor som den maksimale spænding, der kan optages parallelt med liggefugerne, når murværket er påvirket til biaksialt tryk.

Modellerne i afsnit 1.4.1 til 1.4.3 beskriver den endelige bæreevne svarende til brud i de omtalte tryksøjler, såfremt der ikke er problemer med stabilitet. Bæreevnen svarende til dannelse af revner i liggefugen kan ikke bestemmes ud fra de her opstillede modeller.

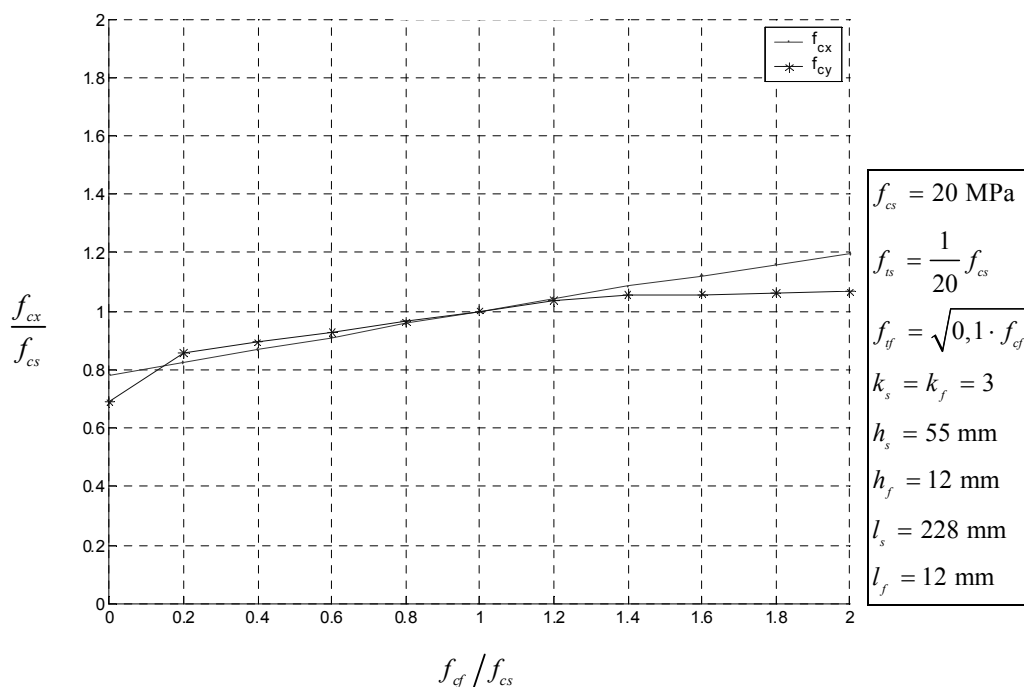
Som det er tilfældet med modellerne for tryk vinkelret på liggefugerne, findes der samme bæreevne hvad enten tværudvidelserne tænkes at forekomme i skivens plan eller vinkelret på dette.

De tre øvreværdier er sammenlignet på Figur 1.17. Sammenligningen er analog til sammenligningen foretaget for tryk vinkelret på liggefugen. Stenens trykstyrke er sat til $f_{cs} = 20$ MPa, og trækstyrkerne af sten og fuge er bestemt ved (1.1.1) og (1.1.2). Endelig er der anvendt $k_f = k_s = 3$ svarende til en friktionsvinkel på 30° . Af geometriske parametre er anvendt $l_s = 228$ mm, $l_f = 12$ mm, $h_s = 55$ mm og $h_f = 12$ mm, se i øvrigt afsnit 1.3.4. Det fremgår af figuren, at 1. øvreværdi ikke umiddelbart bliver afgørende. Dette skyldes, at studs-fugen har et væsentligt mindre volumen end de sten, som fugen tænkes at trække over. Såfremt det ved sammenligning med forsøg viser sig nødvendigt at aktivere 1. øvreværdi, kan dette opnås ved indførelse af en effektivitetsfaktor på stenens trækstyrke. Stenens trækstyrke indgår således udelukkende i udtrykket for 1. øvreværdi. Effektivitetsfaktoren for stenens trækstyrke kan forventes at være meget lille, idet studs-fugen, som følge af dens ringe udstrækning, vil have svært ved at initiere et tøjningsfelt i stenen svarende til enaksset træk. Spændingsfordelingen i stenen må derfor forventes at afvige meget fra den jævnt fordelte trækspænding antaget i modellen.

På Figur 1.18 er der foretaget en sammenligning mellem trykstyrken vinkelret på og parallelt med liggefugen. Styrkerne f_{cx} og f_{cy} er bestemt som de minimale øvreværdier vist på henholdsvis Figur 1.5 og Figur 1.17. Det ses at trykstyrkerne i henhold til teorien stort set er identiske, se i øvrigt afsnit 1.4.5.



Figur 1.17: Sammenligning af øvre værdier til bestemmelse af trykstyrken af murværk parallelt med liggefugerne



Figur 1.18: Sammenligning af trykstyrkerne f_{cx} og f_{cy}

1.4.5 Effektivitetsfaktorer

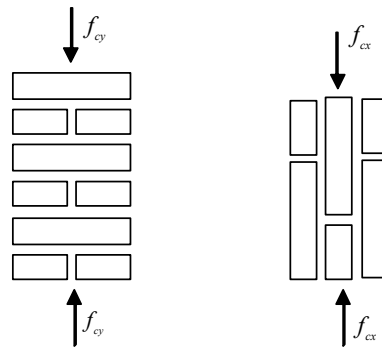
Der haves kun kendskab til et meget beskedent antal forsøgsresultater vedrørende trykstyrken parallelt med liggefugen for murværk af massive sten. Antallet af resultater er alt for lille til at foretage en vurdering af effektivitetsfaktorerne for tryk parallelt med liggefugerne. Effektivitetsfaktorerne må forventes at være størrelsesafhængige. Der er derfor ikke umiddelbart belæg for at antage, at effektivitetsfaktorerne er lig med effektivitetsfaktorerne for tryk vinkelret på liggefugerne.

Som vist på Figur 1.18 er den teoretiske bæreevne vinkelret på og parallelt med liggefugerne af samme størrelsesorden. Ofte regnes trykstyrken parallelt med liggefugerne væsentlig mindre end trykstyrken vinkelret på liggefugerne – en faktor 2 er ikke unormalt. I indledningen til dette kapitel nævntes, at denne forskel i nogle situationer hænger sammen med definitionen af brudlasten. De her opstillede modeller beskriver den ultimative bæreevne. Ved væsentlig lavere laster end svarende til den ultimative bæreevne vil der dannes revner i skillefladen mellem sten og liggefuge. Lasten svarende til revnedannelse ses som nævnt ofte anvendt som brudlasten. Denne definition af trykstyrken kan forsvares ved, at man i praksis vil være interesseret i at undgå dannelse af revner i liggefugerne. I brudstadiet er sådanne betragtninger imidlertid uinteressante. Overvejelser vedrørende revnedannelse hører hjemme under undersøgelse af anvendelsesgrænsetilstande.

En mindre forsøgsserie af Per Kastrup Nielsen [1993.1] understøtter teoriens forudsigelse om, at trykstyrken i de to retninger er af samme størrelsesorden. Der er testet to typer sten med en trykstyrke på henholdsvis 15 og 30 MPa. Mørtelens trykstyrke er ca. 20 MPa. Trykstyrkerne f_{cx} og f_{cy} bestemmes for hver stentype som middelværdien af tre forsøg. Forsøgslegemerne er murede prismer. Prismene har ikke helt samme dimensioner, hvorfor et eventuelt modhold kan have forskellig indvirken på de to typer trykforsøg. Forsøgsresultaterne er gengivet i Tabel 1.1. Det ses, at der ikke er stor forskel på f_{cx} og f_{cy} . For hulsten må der forventes at være anderledes stor forskel mellem trykstyrkerne f_{cx} og f_{cy} . Hulsvækkelsen vil således være mest udpræget i de tilfælde hvor der trykkes på tværs af hullerne.

	$f_{cs} = 15 \text{ MPa}$		$f_{cs} = 30 \text{ MPa}$	
	Styrke [MPa]	Spredning [%]	Styrke [MPa]	Spredning [%]
f_{cx}	10.0	2.7	15.0	14.3
f_{cy}	8.8	15.1	14.8	9.5

Tabel 1.1: Forsøgsresultater for trykstyrken vinkelret på og parallelt med liggefugen



Figur 1.19: Prismer til bestemmelse af trykstyrker

1.5 Trækstyrke vinkelret på liggefugen

Det er altid meget diskutabelt, hvorvidt man kan tillade sig at tage hensyn til trækstyrken af skøre materialer. Generelt kræves varslede brud, hvilket forudsætter at bruddet er sejt. Det vil sige, at der skal være bæreevnereserve efter brud. I tilfælde, hvor bæreevnen baseres på friktion, vil der være en sådan bæreevnereserve. Baseres bæreevnen derimod på trækstyrken, vil bæreevnen typisk være opbrugt i forbindelse med et eventuelt brud. Et andet argument for ikke at basere bæreevnen af skøre materialer på deres trækstyrke er, at der må stilles spørgsmålstejn ved, om trækstyrken er til stede gennem hele en konstruktions levetid, eller om den gennem årene vil forsvinde som følge af revnevækst. I denne afhandling ses der bort fra trækstyrken af murværk. I tilfælde hvor trækbrud er forbundet med glidning i ligge- og studsfugerne, tillades dog, at murværket optager trækspændinger. Hvorvidt murværket har en trækstyrke eller ej, skal således sikres gennem en fornuftig sammensætning af sten og mørtel. Sten og mørtel vælges således, at trækstyrken af stenene er væsentligt stærkere end styrken svarende til glidning i fugerne.

Som angivet i afsnit 1.1 antages her, at trækstyrken af brudlinier løbende i ligge- eller studsfugen er lig med nul. Denne antagelse betyder, at træk vinkelret på liggefugerne vil føre til adskillelsesbrud i trækpåvirkningens retning – altså ikke et glidningsbrud. Trækstyrken f_{ty} vinkelret på liggefugen er derfor lig med nul, det vil sige

$$f_{ty} = 0 \quad (1.5.1)$$

1.6 Trækstyrke parallelt med liggefugen

Ved træk parallelt med liggefugerne sikrer murværkets forbandt at der forekommer glidning i brudlinierne. I dette tilfælde findes en bæreevne forskellig fra nul selvom trækstyrken af skillefladen sættes lig med nul. For den teoretisk mulige brudfigur vist på Figur 1.20 b, foregår den gensidige flytning i studsfugerne under en vinkel på 90 grader. Studsfugerne bidrager derfor ikke til trækstyrken. Det samme gør sig gældende for den del af liggefugerne hvori der forekommer adskillelsesbrud.

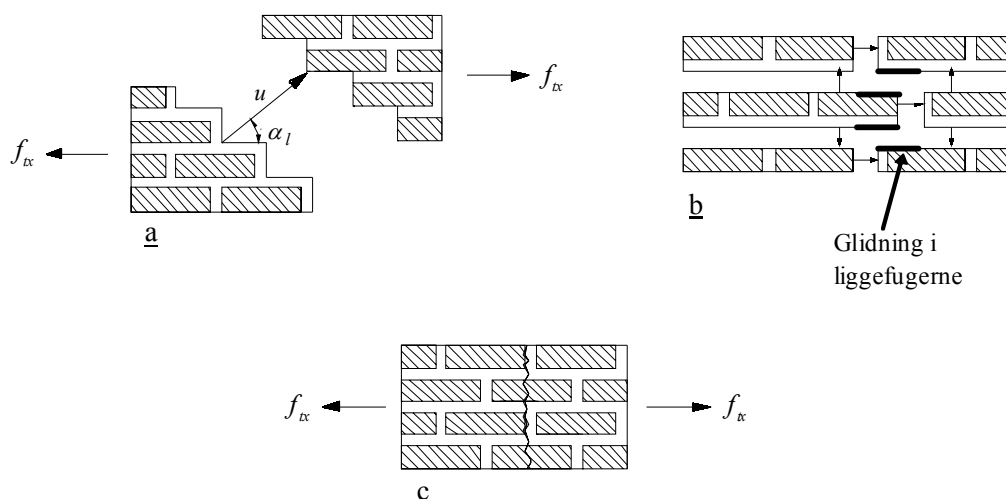
I nogle dele af liggefugerne forekommer imidlertid glidningsbrud, og som følge heraf er trækstyrken parallelt med liggefugerne forskellig fra nul – se Figur 1.20 b.

Brudfiguren observeres hverken i praksis eller i forbindelse med forsøg. Dette skyldes formentlig, at dilatationen bliver væsentligt større end det er tilfældet for andre brudfigurer. Hvis der tages hensyn til murværkets egenvægt, vil den som følge af dilatationen give et

betragteligt bidrag til det ydre arbejde. Ved anvendelse af arbejdsligningen vil bæreevnen derfor blive større end bæreevnen svarende til trappeliniebrud som beskrevet i det følgende.

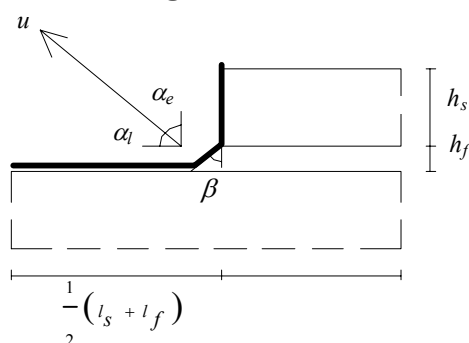
Der betragtes i stedet en brudfigur i form af en trappelinie løbende i ligge- og studsuge, som vist på Figur 1.20 a. En sådan brudfigur vil have en bæreevne forskellig fra nul, selvom skillefladens trækstyrke sættes lig med nul. Brudliniens geometri forhindrer således – under forudsætning af fyldte studsuger – at flytningsvektoren danner en vinkel på 90 grader i forhold til brudlinien, hvorfor det indre arbejde bliver forskelligt fra nul.

En anden brudform kan være et brud løbende gennem sten og skillefladen mellem sten og studsuge – se Figur 1.20 c. Styrken for denne type brud vil være styret af stenenes trækstyrke. Dette brud vil være skørt og bør derfor undgås. Styrken svarende til denne brudform kan ses som en øvre grænse for trækstyrken parallelt med liggefugen, se i øvrigt afsnit 1.6.1



Figur 1.20: Mulige brudfigurer for træk parallelt med liggefugen

1.6.1 Løsninger af Lars German Hagsten



Figur 1.21: Enhedscelle anvendt til bestemmelse af det indre arbejde ved trappeliniebrud

Lars German Hagsten opstillede i [1999.2] en øvreværdiløsning til bestemmelse af trækstyrken parallelt med liggefugen i tilfælde hvor der forekommer trappeliniebrud. Hvor

brudlinien passerer igennem liggefugen danner den en vinkel β med studsfulgen. Enhedscellen svarende til et halvstensforbandt er vist på Figur 1.21. Ved opstilling af øvreværdiløsninger tages i [1999.2] hensyn til trækstyrken i såvel liggefuge som studsfulge. Som påpeget i afsnit 1.1 anbefales det, at disse sættes lig med nul. Trækstyrken af murværket findes af

$$f_{tx} = \frac{W_{I1} + W_{I2} + W_{I3}}{ub(h_f + h_s) \cos \alpha_l} \quad (1.6.1)$$

hvor W_{I1} , W_{I2} og W_{I3} er bidragene til det indre arbejde fra de forskellige dele af trappelinien. Bidragene er givet ved

$$W_{I1} = \frac{1}{2}ub \left((1 - \sin \alpha_e) f_{ce} + (\sin \alpha_e (k_e + 1) - (k_e - 1)) f_{te} \right) h_s \quad (1.6.2)$$

hvor

$$k_e = \frac{1 + \sin \varphi_e}{1 - \sin \varphi_e} \quad (1.6.3)$$

$$W_{I2} = \frac{1}{2}ub \left((1 - \sin \alpha_f) f_{cf} + (\sin \alpha_f (k_f + 1) - (k_f - 1)) f_{tf} \right) \frac{h_f}{\cos \beta} \quad (1.6.4)$$

hvor

$$k_f = \frac{1 + \sin \varphi_f}{1 - \sin \varphi_f} \quad (1.6.5)$$

og

$$W_{I3} = \frac{1}{2}ub \left((1 - \sin \alpha_l) f_{cl} + (\sin \alpha_l (k_l + 1) - (k_l - 1)) f_{ul} \right) \left(\frac{1}{2}(l_s + l_f) - h_f \tan \beta \right) \quad (1.6.6)$$

hvor

$$k_l = \frac{1 + \sin \varphi_l}{1 - \sin \varphi_l} \quad (1.6.7)$$

Vinklerne α_e , α_l og β er angivet på Figur 1.21 sammen med flytningen u . α_f kan udtrykkes som $\alpha_f = 90 - |\alpha_l - \beta|$. f_{ce} , f_{te} , f_{cf} , f_{tf} , f_{cl} og f_{ul} er henholdsvis tryk- og trækstyrkerne og φ_e , φ_f og φ_l friktionsvinklerne for de forskellige dele af brudlinien. Indeks e refererer til skillefladen mellem sten og studsfulge. Indeks f refererer til fugen, og indeks l refererer til skillefladen mellem sten og liggefuge.

Bæreevnen bestemmes ved numerisk minimering af (1.6.1) med hensyn til α_l og β , der er de eneste ubekendte, idet både α_e og α_f kan udtrykkes ved α_l og β . Der regnes med plan deformationstilstand i brudlinien, hvorfor α_l skal opfylde betingelsen $\varphi_l \leq \alpha_l \leq 90 - \varphi_e$.

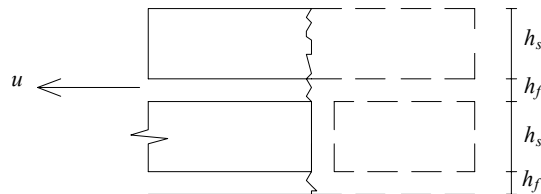
Desuden vil det for et halvtens løberforbandt gælde, at $0 \leq \beta \leq \text{Arctan}\left(\frac{1}{2}(l_s + l_f)/h_f\right)$, hvilket skyldes geometriske begrænsninger fra forbandtet.

Der angives i [1999.2] ligeledes et udtryk for trækstyrken svarende til et studsfugebrud. Enhedscellen svarende til et halvtensforbandt er for denne brudform vist på Figur 1.22. Bæreevnen er givet ved (1.6.8).

$$f_{tx} = \frac{h_s f_{te} + 2h_f f_{tf} + h_s f_{ts}}{2(h_s + h_f)} \quad (1.6.8)$$

Regnes der udelukkende med stenenes trækstyrke, fås at

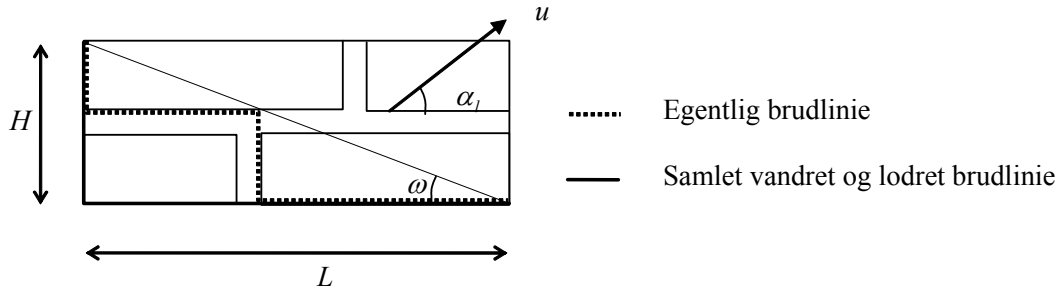
$$f_{tx} = f_{ts} \frac{h_s}{2(h_s + h_f)} \quad (1.6.9)$$



Figur 1.22: Enhedscelle for brud gennem sten og studsfuge

For et givet murværk findes trækstyrken f_{tx} som den mindste af værdierne svarende til trappeliniebrud henholdsvis studsfugebrud. Studsfugebruddet vil i modsætning til trappeliniebruddet være skørt. Murværk bør derfor designes, så trækbrud parallelt med liggefugen er forbundet med glidning i en trappelinie. Dette vil sikre en vis sejhed i forbindelse med brud. Tilsvarende øreværdier kan opstilles med henblik på at bestemme trækstyrken i situationer, hvor der ikke mures i halvtensforbandt. Arbejdsudtrykkene skal blot ændres, så de stemmer overens med den til et givet forbandt svarende enhedscelle.

1.6.2 Alternativ model for trækstyrken ved trappeliniebrud



Figur 1.23: Enhedscelle for alternativ model til bestemmelse af trækstyrken ved trappeliniebrud

Der opstilles i det følgende en alternativ model for trappeliniebrud. Den del af brudlinien der passerer igennem liggefugen antages at være parallel med studsfugen, svarende til at β er lig med nul i modellen i afsnit 1.6.1. Der fås således kun to bidrag til det indre arbejde, og antallet af ubekendte ved bestemmelse af det indre arbejde er reduceret til én – nemlig α_l .

Der betragtes en enhedscelle beskrevet ved vinklen $\omega = \text{Arctan}(H/L)$, hvor H er længden af den del af brudlinien, som løber parallelt med studsfugen, og L er længden af den del af brudlinien, som løber parallelt med liggefugen – se Figur 1.23. ω beskriver således hældningen i forhold til liggefugen for en given trappelinie. For et uendeligt stort murværksfelt vil ω kunne antage alle værdier fra nul til ω_{maks} . ω_{maks} er en forbandtafhængig øvre grænse svarende til hældningen af den stejleste trappelinie, der kan forekomme, uden at den passerer igennem stenene. Det undersøges hvilke værdier af ω og α_l der giver den mindst mulige trækstyrke, idet der betragtes en enhedscelle givet ved $L = \cos \omega$ og $H = \sin \omega$. Om ω og α_l gælder det at $\omega \in [0; \omega_{maks}]$ og $\alpha_l \in [\varphi_l; 90 - \varphi_e]$. I henhold til antagelserne i afsnit 1.1 sættes trækstyrken i brudlinien lig med nul, idet brudlinien antages at løbe i skillefladerne. Det indre og ydre arbejde er givet ved henholdsvis (1.6.10) og (1.6.11). Ved anvendelse af arbejdslikningen kan trækstyrken udtrykkes ved (1.6.12), der minimeres med hensyn til ω og α_l .

$$W_I = \frac{1}{2} ubf_{cl} \cos \omega (1 - \sin \alpha_l) + \frac{1}{2} ubf_{ce} \sin \omega (1 - \cos \alpha_l) \quad (1.6.10)$$

$$W_E = ubf_{tx} \sin \omega \cos \alpha_l \quad (1.6.11)$$

$$f_{tx} = \frac{1}{2} f_{cl} \cot \omega \frac{1 - \sin \alpha_l}{\cos \alpha_l} + \frac{1}{2} f_{ce} \frac{1 - \cos \alpha_l}{\cos \alpha_l} \quad (1.6.12)$$

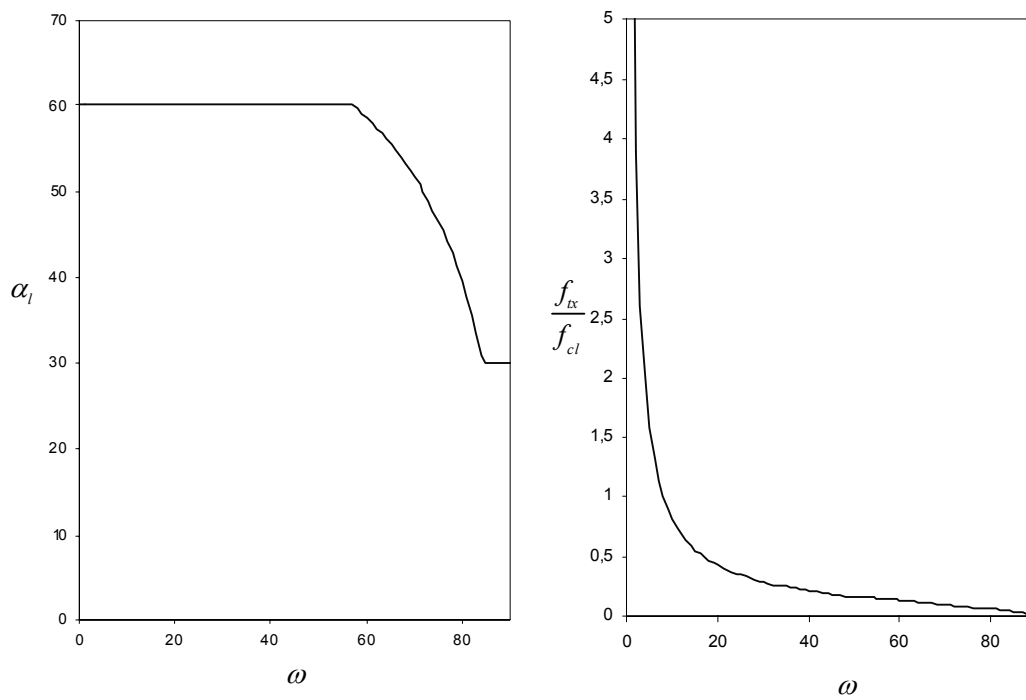
Det findes, at $f'_{tx, \omega}$ – der er den afledte af (1.6.12) med hensyn til ω – altid vil være mindre end nul. f_{tx} er altså en aftagende funktion af ω . Minimeres (1.6.12) med hensyn til α_l findes, at

$$\alpha_l = \text{Arcsin} \left(\frac{\cot \omega}{\frac{f_{ce}}{f_{cl}} + \cot \omega} \right) \quad (1.6.13)$$

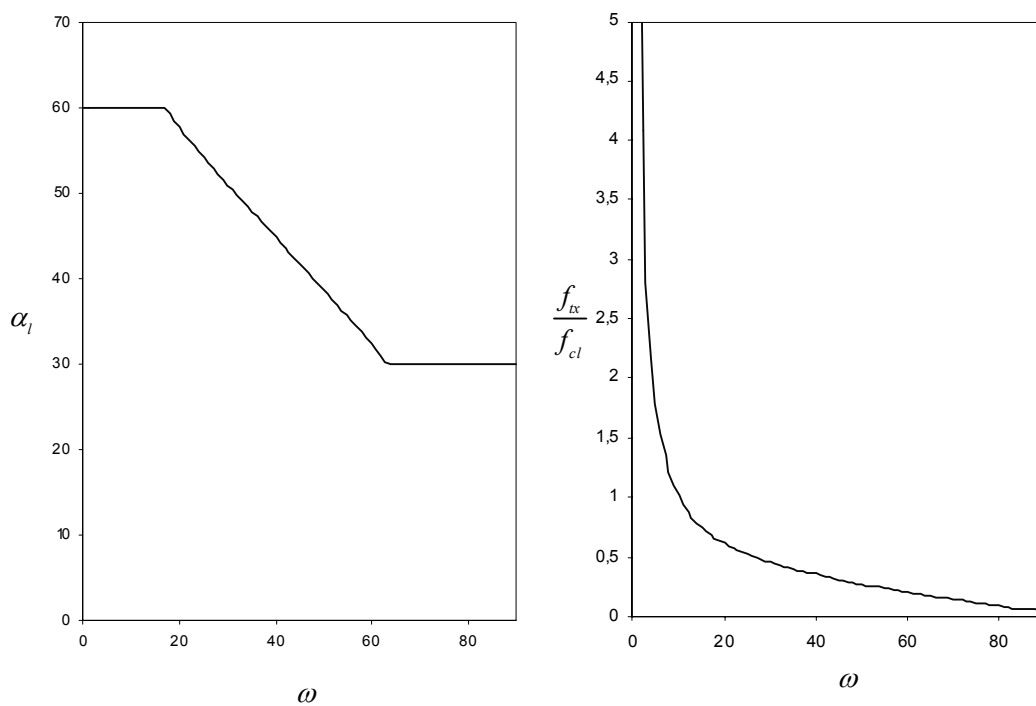
α_l skal dog under alle omstændigheder være større end eller lig med φ_l og mindre end eller lig med $90 - \alpha_e$. For givne værdier af ω og $\frac{f_{ce}}{f_{cl}}$ kan α_l bestemmes af (1.6.13) med tilhørende grænser. Sammenhængen mellem ω , α_l og f_{tx} er, for forskellige værdier af $\frac{f_{ce}}{f_{cl}}$, og for $\varphi_l = \varphi_e = 30^\circ$, vist på Figur 1.24 til Figur 1.26. ω er undersøgt i intervallet $[0; 90]$. Det fremgår, at trækstyrken er faldende for stigende ω , hvorfor f_{tx} altid vil skulle bestemmes for $\omega = \omega_{maks}$. Nedre grænse for α_l er – idet der regnes med plan tøjningstilstand i liggefugen – lig med φ_l . Tilsvarende er den øvre grænse for α_l lig med $90^\circ - \varphi_l$, da det er antaget at liggefuge og studsuge har samme friktionsvinkel. Små værdier af ω resulterer i $\alpha_l = 90 - \varphi_l$. For stigende værdier af ω falder α_l via en overgangszone til $\alpha_l = \varphi_l$. For aftagende forhold f_{ce}/f_{cl} indtræffer overgangszonen for større værdier af ω .

Studsugers, der ikke er fyldte, kan undersøges ved at sætte $f_{ce} = 0$ samtidigt med at øvre grænse for α_l sættes lig med 90 grader. For dette tilfælde findes, at trækstyrken er lig med nul, idet α_l for alle værdier af ω bliver lig med 90° svarende til at flytningsvektoren står vinkelret på liggefugen.

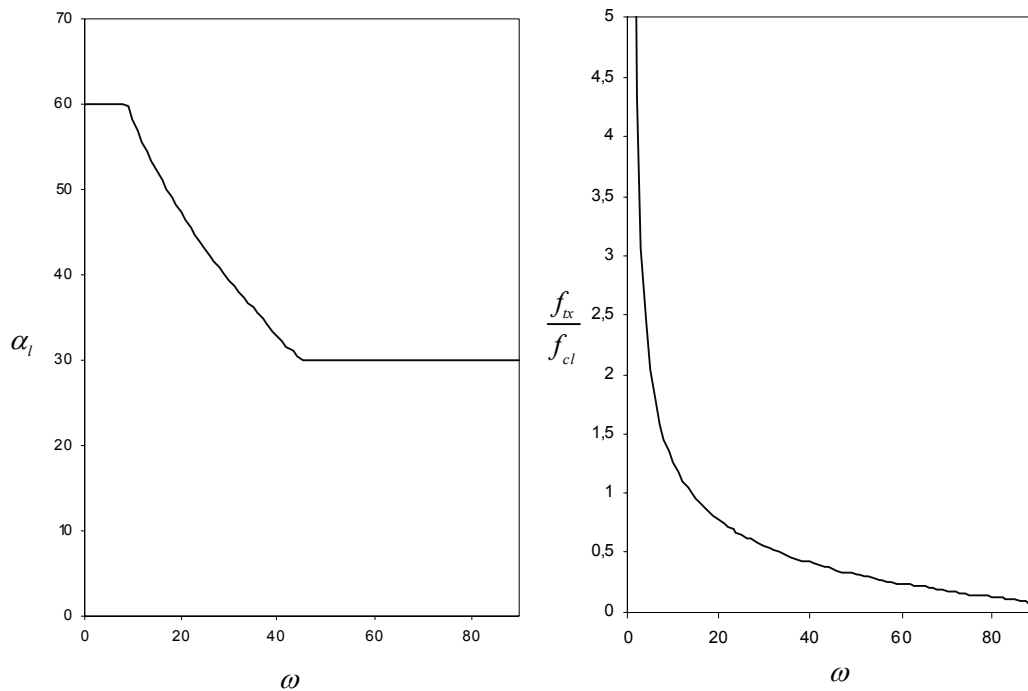
På Figur 1.27 er som eksempel angivet stejleste trappelinie for henholdsvis halvtens og kvartstens løberforbandt. Sættes $l_s = 228$ mm, $h_s = 55$ mm og $l_f = h_f = 12$ mm svarende til almindeligt dansk murværk, findes for begge forbandter, at $\omega_{maks} = 29.2^\circ$.



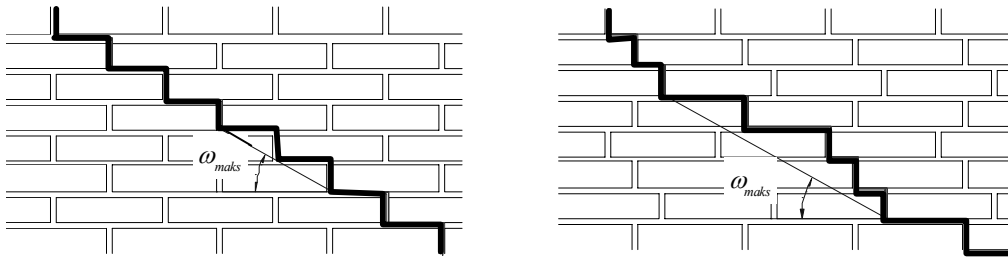
Figur 1.24: Sammenhæng mellem ω , α_l og f_{tx} for $f_{ce} = \frac{1}{10} f_{cl}$ og $\varphi_l = \varphi_e = 30^\circ$



Figur 1.25: Sammenhæng mellem ω , α_l og f_{tx} for $f_{ce} = \frac{1}{2} f_{cl}$ og $\varphi_l = \varphi_e = 30^\circ$



Figur 1.26: Sammenhæng mellem ω , α_l og f_{tx} for $f_{ce} = f_{cl}$ og $\varphi_l = \varphi_e = 30^\circ$



Figur 1.27: Stejleste trappelinier for halvtstens løberforbandt (til venstre) og kvartstens løberforbandt (til højre)

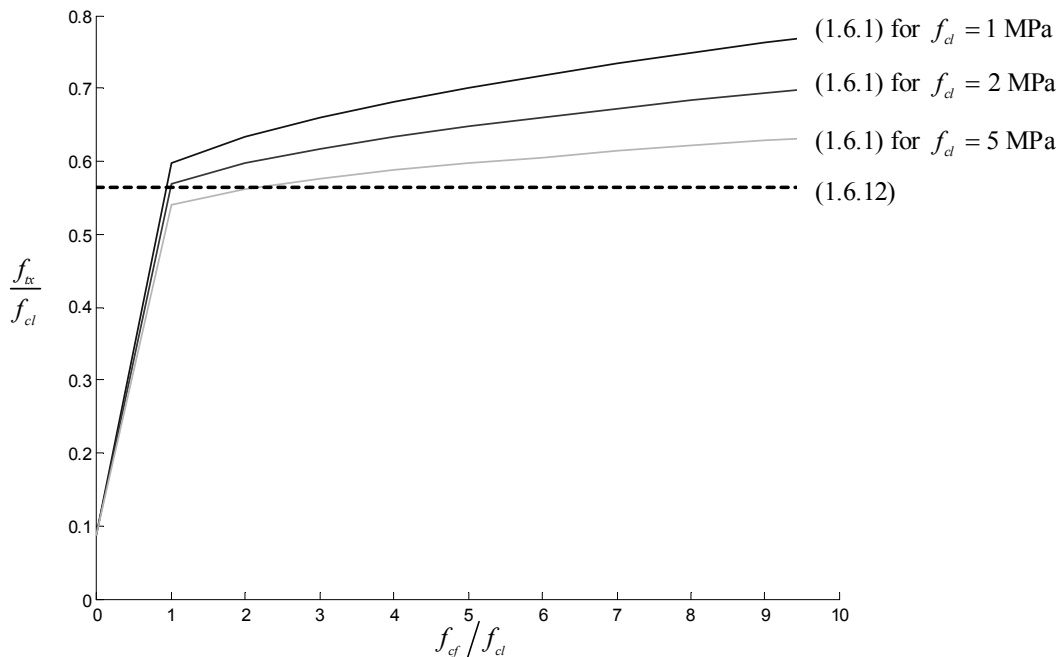
1.6.3 Sammenligning af udtryk for trækstyrken af murværk

På Figur 1.28 er der foretaget en sammenligning mellem trækstyrken bestemt ved Hagstens udtryk (1.6.1) og trækstyrken bestemt ved (1.6.12). Sammenligningen er foretaget under forudsætning af at trykstyrken er den samme i de dele af brudlinien, der løber gennem skillefladen mellem sten og studsuge, som i de dele der løber gennem skillefladen mellem sten og liggefuge. Ved anvendelse af Hagstens løsning kan trykstyrken, af den del af brudlinien der løber gennem liggefugen, afvige fra trykstyrken af de øvrige dele af brudlinien. Friktionsvinklen er for alle dele af brudlinien sat lig med 30° . Endelig regnes der for Hagstens løsning med trækstyrke i den del af brudlinien, der løber gennem liggefugen. Trækstyrken bestemmes i henhold til anvendt for betonkonstruktioner. Det vil sige, at der er anvendt $f_{cl} = f_{ce}$, $\varphi_e = \varphi_l = \varphi_f = 30^\circ$, $f_{te} = f_{tl} = 0$ og $f_{tf} = \sqrt{0.1 f_{cf}}$.

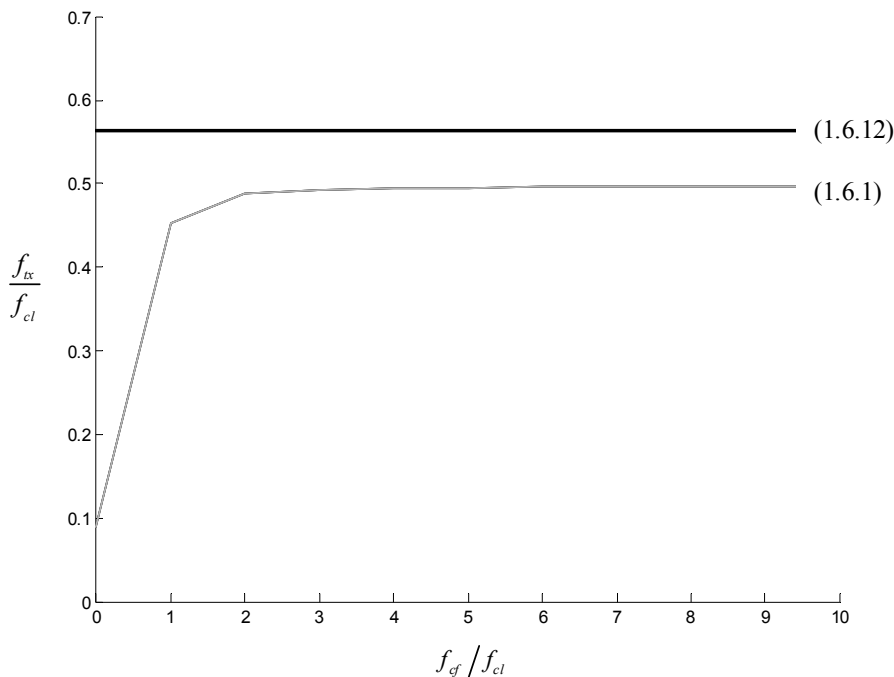
Murværket er muret i halvtstens løberforbandt, og i almindeligt dansk format – det vil sige $h_s = 56 \text{ mm}$, $l_s = 228 \text{ mm}$, $h_f = l_f = 12 \text{ mm}$.

For forskellige værdier af f_{cl} undersøges dernæst trækstyrkens afhængighed af forholdet f_{cf}/f_{cl} . Trækstyrken gøres dimensionsløs ved at dividere med f_{cl} . Under de givne antagelser bliver trækstyrken i henhold til (1.6.12) konstant. β undersøges i intervallet $0 \leq \beta \leq \text{Arctan}\left(\frac{1}{2}(l_s + l_f)/h_f\right)$ og α_l i intervallet $\varphi_l \leq \alpha_l \leq 90 - \varphi_e$. Trækstyrken i henhold til (1.6.1) bestemmes ved numerisk optimering med hensyn til β og α_l . Det ses, at der er god overensstemmelse mellem (1.6.1) og (1.6.12) i tilfælde hvor $f_{cf}/f_{cl} \approx 1$. For $f_{cf}/f_{cl} \geq 1$ er (1.6.12) – for små værdier af f_{cl} – på den sikre side.

Hvis der ses bort fra trækstyrken i den del af brudlinien, der løber gennem liggefugen – det vil sige $f_{tf} = 0$ – bliver den dimensionsløse trækstyrke i henhold til (1.6.1) uafhængig af f_{cl} . Der fås et forløb som vist på Figur 1.29. Øvrige antagelser er de samme som for Figur 1.28. (1.6.12) giver i dette tilfælde – for $f_{cf}/f_{cl} > 2$ – trækstyrker af størrelsesordenen 15% større end (1.6.1). (1.6.1)



Figur 1.28: Sammenligning af trækstyrkerne givet ved (1.6.1) og (1.6.12)



Figur 1.29: Sammenligning af (1.6.1) og (1.6.12) for $f_{ff} = 0$

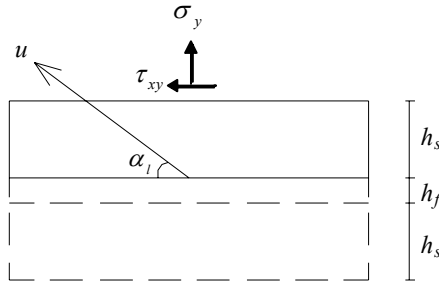
1.7 Svage snit

I afsnit 1.6 betragtedes, i forbindelse med bestemmelse af trækstyrken parallelt med liggefugen, brudlinier der har det til fælles, at de så vidt muligt løber i fugerne. Sådanne brudlinier siges at løbe i svage snit, idet fugerne eller skillefladen mellem fuge og sten typisk vil have væsentligt lavere styrke end det øvrige murværk. Problematikken er blandt andet behandlet af Hamid og Drysdale [1982.5], der ved betragtning af glidningsbrud i liggefugen, *liggefugebrud*, samt glidningsbrud i en brudlinie gennem sten og studs fuge, *studs fugebrud*, beskrev styrken af murværk. Ganz [1985.3] tog desuden hensyn til et brud i form af en trappelinie gennem henholdsvis liggefuge og studs fuge – *trappeliniebrud*.

De tre brudformer beskrives kort i det følgende. Der skelnes ikke mellem brud der forekommer i fugen, og brud der forekommer i skillefladen mellem sten og fuge. Brudliniens trækstyrke sættes lig med nul, og trykstyrken sættes lig med den mindste af styrkerne svarende til henholdsvis fuge og skilleflade. For traditionelle mørtler bemærkes, at skillefladens styrke oftest vil være afgørende. Moderne funktionsmørtler vil muligvis udvise andre tendenser. Det kan sågar tænkes, at stenes styrke bliver afgørende.

Der antages plan tøjningstilstand i brudlinierne, og styrken beskrives ved Coulombs modificerede brudbetingelse, som angivet i afsnit 1.1.

1.7.1 Liggefugebrud



Figur 1.30: Enhedscelle for brud i skillefladen mellem sten og liggefuge

Der betragtes en brudlinie i liggefugen. Idet det vælges ikke at tage hensyn til studsfugerne fås en enhedscelle som vist på Figur 1.30. Den gensidige flytning i brudlinien beskrives ved flytningensvektoren u . Der fås to brudbetingelser. – Én svarende til Coulombs brudbetingelse og én svarende til cirkelafskæringen for største hovedspænding lig med trækstyrken $f_{cl} = 0$. Begge brudbetingelser kan udtrykkes ved (1.7.3), idet der foretages en optimering med hensyn til α_l . (1.7.3) findes ved anvendelse af arbejdslikningen. Det indre og ydre arbejde benyttet ved opstilling af arbejdslikningen er givet ved henholdsvis (1.7.1) og (1.7.2).

$$W_I = \frac{1}{2} f_{cl} u b (1 - \sin \alpha_l) \quad (1.7.1)$$

$$W_E = \sigma_y u b \sin \alpha_l + \tau_{xy} u b \cos \alpha_l \quad (1.7.2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{cl} \frac{1 - \sin \alpha_l}{\cos \alpha_l} - \sigma_y \tan \alpha_l \quad (1.7.3)$$

(1.7.3) differentieres med hensyn til α_l og resultatet sættes lig med nul. Herved findes, at den mindste bæreevne svarer til

$$\alpha_l = \text{Arcsin} \left(2 \frac{\sigma_y}{f_{cl}} + 1 \right) \geq \varphi_l \quad (1.7.4)$$

Kravet $\alpha_l \geq \varphi_l$ skyldes antagelsen om plan tøjningstilstand i brudlinien. (1.7.4) giver kun

mening for $-1 \leq 2 \frac{\sigma_y}{f_{cl}} + 1 \leq 1$. Dette svarer til at σ_y tilhører intervallet $-f_{cl} \leq \sigma_y \leq 0$.

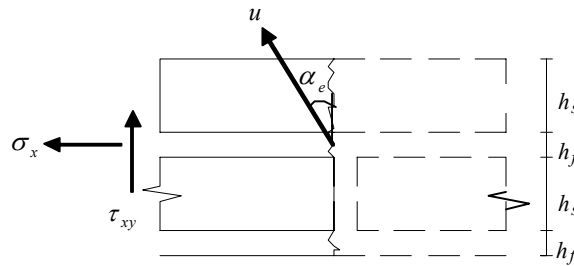
Spændinger σ_y større end nul kan ikke optages, idet $\sigma_y = 0$ svarer til liggefugens trækstyrke. I tilfælde hvor σ_y er mindre end $-f_{cl}$ skal α_l sættes lig med φ_l .

For $\alpha_l = \varphi_l$ svarer (1.7.3) til Coulombs brudbetingelse. I dette tilfælde kan – idet kohæsionen i liggefugen kan udtrykkes ved $c_l = \frac{1}{2} f_{cl} \frac{1 - \sin \varphi_l}{\cos \varphi_l}$ – udtrykket (1.7.3) skrives på den velkendte form

$$\tau_{xy} = c_l - \sigma_y \tan \varphi_l \quad (1.7.5)$$

Bestemmes α_l af (1.7.4), så svarer (1.7.3) til cirkelafskæringen for adskillelsesbrud.

1.7.2 Studsfugebrud



Figur 1.31: Enhedscelle for brud gennem sten og studsfuge

Der betragtes en brudlinje parallel med studsfugen og gående gennem sten og studsfuge. For et halvtensforbandt haves en brudfigur som vist på Figur 1.31, hvor τ_{xy} er defineret således, at den giver et positivt bidrag til det ydre arbejde. Der antages plan tøjningstilstand i brudlinjen og styrken beskrives ved Coulombs modificerede brudbetingelse. Styrken af den del af brudlinjen der løber igennem liggefugen, sættes lig med styrken af studsfugen. Under disse forudsætninger kan vinklen α_e mellem flytningsvektoren og studsfugen ikke blive mindre end $\max(\varphi_s, \varphi_e)$, hvor φ_s og φ_e er friktionsvinklerne for henholdsvis sten og studsfuge. Det indre arbejde er givet ved

$$W_I = \frac{1}{2} f_{cs} ub (l_s - m_s \sin \alpha_e) h_s + \frac{1}{2} f_{ce} ub (1 - \sin \alpha_e) (h_s + 2h_f) \quad (1.7.6)$$

hvor f_{ce} er trykstyrken for den del af brudlinjen der løber i studsfugen. Størrelserne l_s og m_s er defineret ved (1.7.7) og tager højde for bidraget til det indre arbejde stammende fra stenenes trækstyrke – se [1998.1].

$$l_s = 1 - 2 \frac{f_{ts}}{f_{cs}} \frac{\sin \varphi_s}{1 - \sin \varphi_s}, \quad m_s = 1 - 2 \frac{f_{ts}}{f_{cs}} \frac{1}{1 - \sin \varphi_s} \quad (1.7.7)$$

Det ydre arbejde er

$$W_E = ub (\sigma_x \sin \alpha_e + \tau_{xy} \cos \alpha_e) 2(h_s + h_f) \quad (1.7.8)$$

Indføres størrelsen ξ som stenarealet over det samlede brudlinieareal

$$\xi = \frac{h_s}{2(h_s + h_f)} \Rightarrow 1 - \xi = \frac{h_s + 2h_f}{2(h_s + h_f)} \quad (1.7.9)$$

fås ved anvendelse af arbejdslikningen

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{cs} \frac{l_s - m_s \sin \alpha_e}{\cos \alpha_e} \xi + \frac{1}{2} f_{ce} \frac{1 - \sin \alpha_e}{\cos \alpha_e} (1 - \xi) - \sigma_x \tan \alpha_e \quad (1.7.10)$$

For murværk muret i andet end halvtstensforbandt, kan stenandelen i et snit vinkelret på liggefugerne tænkes ændret, hvorved bæreevnen svarende til studsugebrud også vil ændres. For et givet forbandt findes bæreevnen svarende til studsugebrud ud fra betragtning af det snit gennem sten og studsuge, der giver den laveste bæreevne. Dette vil være snittet med den mindste stenandel. Bæreevnen kan stadig bestemmes af (1.7.10), idet ξ blot bestemmes som

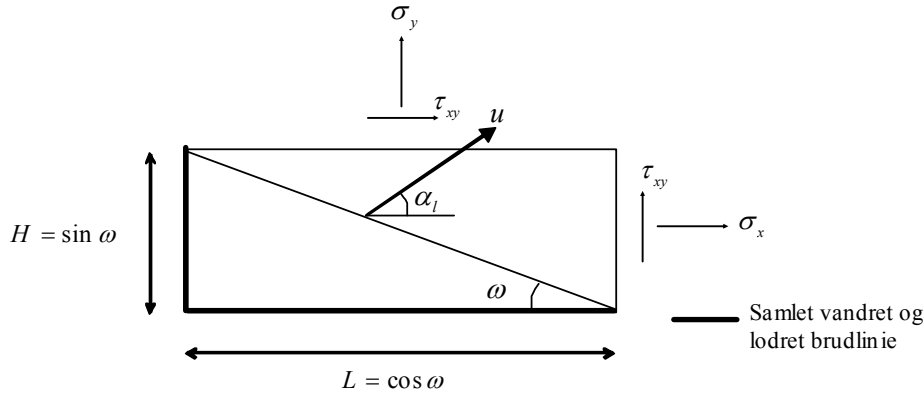
$$\xi = \frac{A_s}{A_{tot}} \quad (1.7.11)$$

hvor A_s betegner stenarealet i det betragtede snit, og A_{tot} betegner snittets samlede areal. Bæreevnen svarende til studsugebrud findes ved at minimere (1.7.10) med hensyn til α_e . Minimum findes for

$$\alpha_e = \text{Arcsin} \left(\frac{\sigma_x + \frac{1}{2} f_{cs} \xi m_s + \frac{1}{2} f_{ce} (1 - \xi)}{\frac{1}{2} f_{cs} \xi l_s + \frac{1}{2} f_{ce} (1 - \xi)} \right) \geq \text{maks}(\varphi_s, \varphi_e) \quad (1.7.12)$$

Kravet $\alpha_e \geq \text{maks}(\varphi_s, \varphi_e)$ skyldes antagelsen om plan tøjningstilstand i brudlinien. Udtrykket (1.7.12) til fastlæggelse af α_e giver kun mening for σ_x i intervallet $-\frac{1}{2} f_{cs} \xi (l_s + m_s) - f_{ce} (1 - \xi) \leq \sigma_x \leq \frac{1}{2} f_{cs} \xi (l_s - m_s)$. Spændinger σ_x større end $\frac{1}{2} f_{cs} \xi (l_s - m_s)$ kan ikke optages, idet $\frac{1}{2} f_{cs} \xi (l_s - m_s)$ svarer til trækstyrken ved studsugebrud – se (1.6.9). For spændinger σ_x mindre end $-\frac{1}{2} f_{cs} \xi (l_s + m_s) - f_{ce} (1 - \xi)$ sættes α_e lig $\text{maks}(\varphi_s, \varphi_e)$.

1.7.3 Trappeliniebrud



Figur 1.32: Enhedscelle for brud i trappelinie, se i øvrigt Figur 1.23.

I afsnit 1.6 omtaltes trappeliniebrud i forbindelse med enakset træk parallelt med liggefugen. Her behandles trappeliniebruddet i sin generelle form, hvor murværket tænkes påvirket til en vilkårlig plan spændingstilstand. Der betragtes en enhedscelle beskrevet ved vinklen $\omega = \text{Arctan}(H/L)$, hvor $H = \sin \omega$ er længden af den del af brudlinien, som løber parallelt med studsfulgen, og $L = \cos \omega$ er længden af den del af brudlinien, som løber parallelt med liggefugen. ω kan antage alle værdier fra nul til ω_{maks} , hvor ω_{maks} er den geometriske grænse svarende til hældningen af den stejleste trappelinie, der kan forekomme, uden at løbe igennem stenene – se Figur 1.27. Trækstyrken i brudlinien sættes lig med nul, idet brudlinien antages at løbe i skillefladerne. Det indre og ydre arbejde er givet ved henholdsvis (1.7.13) og (1.7.14).

$$W_I = \frac{1}{2} ubf_{cl} L (1 - \sin \alpha_l) + \frac{1}{2} ubf_{ce} H (1 - \cos \alpha_l) \quad (1.7.13)$$

$$W_E = \sigma_x Hub \cos \alpha_l + \sigma_y Lub \sin \alpha_l + \tau_{xy} (Lub \cos \alpha_l + Hub \sin \alpha_l) \quad (1.7.14)$$

Ved anvendelse af arbejdslikningen og indsættelse af $H = \sin \omega$ og $L = \cos \omega$ fås at

$$\tau_{xy} = \frac{\frac{1}{2} f_{cl} \cos \omega (1 - \sin \alpha_l) + \frac{1}{2} f_{ce} \sin \omega (1 - \cos \alpha_l) - \sigma_x \sin \omega \cos \alpha_l - \sigma_y \cos \omega \sin \alpha_l}{\cos \omega \cos \alpha_l + \sin \omega \sin \alpha_l} \quad (1.7.15)$$

Forskydningsbæreevnen findes ved optimering af (1.7.15) med hensyn til ω og α_l , hvor $\omega \in [0; \omega_{maks}]$ og $\alpha_l \in [\varphi_l; 90 - \varphi_e]$. For ufyldte studsfulger er øvre grænse for α_l lig med 90° .

Ved differentiation af (1.7.15) med hensyn til ω findes at

$$\tau'_{xy, \omega} = \frac{\left(\frac{1}{2} f_{ce} (1 - \cos \alpha_l) - \sigma_x \cos \alpha_l \right) \cos \alpha_l - \left(\frac{1}{2} f_{cl} (1 - \sin \alpha_l) - \sigma_y \sin \alpha_l \right) \sin \alpha_l}{(\cos \omega \cos \alpha_l + \sin \omega \sin \alpha_l)^2} \quad (1.7.16)$$

Det ses, at tælleren i (1.7.16) ikke er afhængig af ω . Der findes derfor ikke et egentligt optimum af trappeliniebruddet med hensyn til ω , hvorfor ω enten vil antage den maksimale eller den minimale værdi. Hvilken af værdierne, der gælder, vil være bestemt af om (1.7.15) er en voksende eller aftagende funktion af ω , hvilket igen kan bestemmes ud fra betragtning af fortegnet for $\tau'_{xy,\omega}$. Nævneren i (1.7.16) vil altid være positiv. Fortegnet for $\tau'_{xy,\omega}$ bestemmes derfor udelukkende af fortegnet for tælleren. I tilfælde hvor tælleren er større end nul vil ω antage den minimale værdi 0. $\omega = 0$ svarer til liggefugebrud, der allerede er behandlet i afsnit 1.7.1. Det ses derfor, at der kan tages hensyn til trappeliniebrud ved udelukkende at betragte en trappelinie med en hældning svarende til $\omega = \omega_{\text{maks}}$.

Differentieres (1.7.15) herefter med hensyn til α_l findes

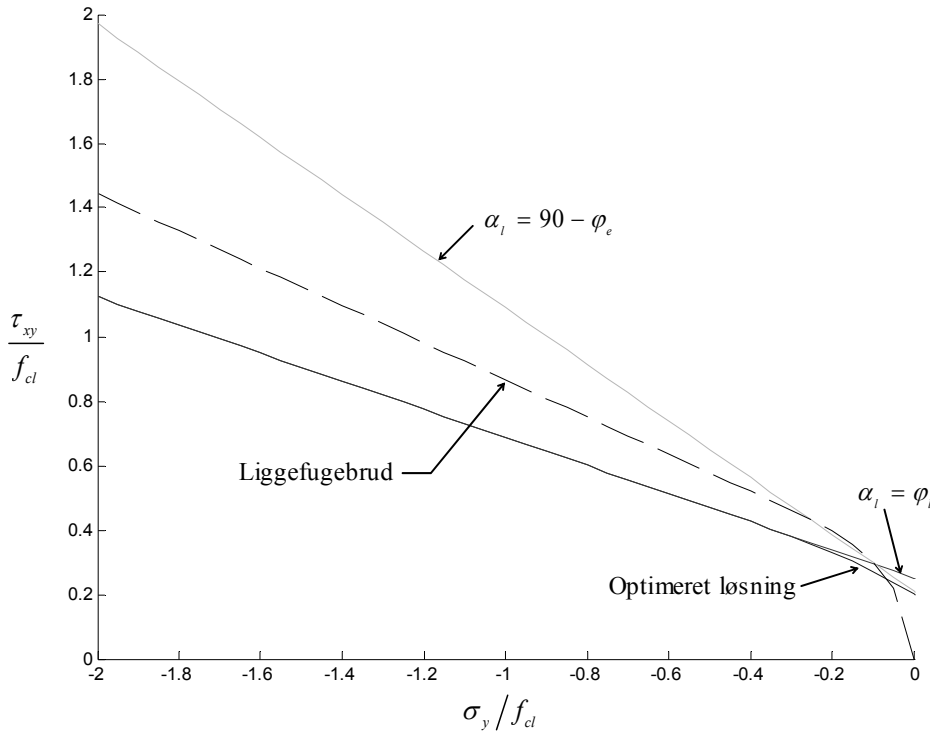
$$\tau'_{xy,\alpha} = \frac{\frac{1}{2}(f_{cl} \cos \omega + f_{ce} \sin \omega)(\cos \omega \sin \alpha_l - \sin \omega \cos \alpha_l)}{(\cos \omega \cos \alpha_l + \sin \omega \sin \alpha_l)^2} - \frac{\left(\frac{1}{2}f_{cl} + \sigma_y\right)\cos^2 \omega - \left(\frac{1}{2}f_{ce} + \sigma_x\right)\sin^2 \omega}{(\cos \omega \cos \alpha_l + \sin \omega \sin \alpha_l)^2} \quad (1.7.17)$$

Nævneren er altid positiv. Optimering med hensyn til α_l foretages ved at sætte tælleren lig med nul. Der findes ikke en generel analytisk løsning til problemet, der derfor for kendte værdier af σ_x , σ_y og ω må bestemmes numerisk.

En numerisk undersøgelse af problematikken viser, at α_l for $f_{cl} = f_{ce}$ i størrelsesordenen 1 MPa og $\varphi_l = \varphi_e = 30^\circ$ i stort set alle tilfælde antager enten den maksimale eller den minimale værdi. For en fast spænding σ_x sker overgangen mellem den maksimale og minimale værdi af α_l i et meget lille interval af spændingerne σ_y . Det findes derudover, at i tilfælde, hvor α_l antager den maksimale værdi, vil liggefugebruddet som oftest blive afgørende. Bæreevnen svarende til trappeliniebrud kan derfor tilnærmet bestemmes af (1.7.15) ved indsættelse af $\alpha_l = \varphi_l$. For større værdier af $f_{cl} = f_{ce}$ bliver overgangszonen – hvori α_l skifter mellem den maksimale og minimale værdi – mere udpræget. Tilnærmelsen $\alpha_l = \varphi_l$ giver dog stadig gode resultater.

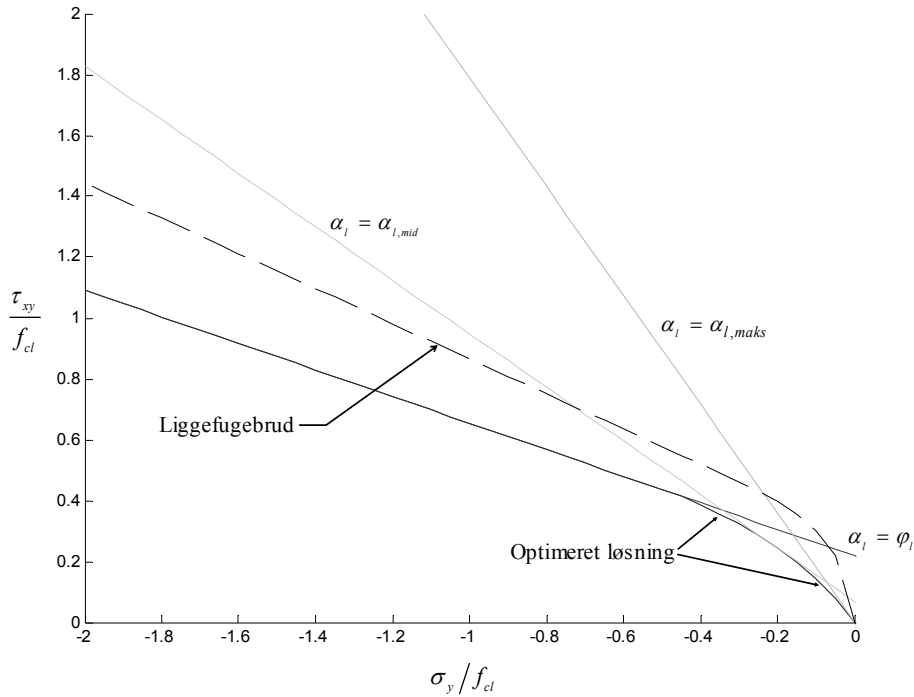
Det mest kritiske område er for små tryk- eller trækspændinger σ_x og små trykspændinger σ_y . Forskydningsbæreevnen er i dette område meget lille, hvorfor en afvigelse som følge af den omtalte tilnærmelse får relativt større betydning. På Figur 1.33 er styrken svarende til optimering med hensyn til α_l samt styrkerne svarende til tilnærmelserne $\alpha_l = \varphi_l$ og $\alpha_l = 90 - \varphi_e$ vist for $\sigma_x = 0$. Figuren er gældende for $f_{cl} = f_{ce} = 1$ MPa og $\varphi_l = \varphi_e = 30^\circ$ samt $\omega = 29.2^\circ$ svarende til halvtens og kvartstens løberforbandt. Den optimerede løsning

er i det meste af det betragtede område sammenfaldende med linien svarende til $\alpha_l = \varphi_l$. Linien svarende til $\alpha_l = 90 - \varphi_e$ bliver i den betragtede situation ikke aktuel, idet liggefugebruddet – markeret ved den stiplede linie – er afgørende. En bedre tilnærmelse til trappeliniebruddet kan opnås ved yderligere at bestemme styrken for α_l lig med middelværdien $\alpha_{l,middel} = \frac{1}{2}(\varphi_l + \alpha_{l,maks})$, hvor $\alpha_{l,maks} = 90 - \varphi_e$ er den maksimale værdi af α_l .



Figur 1.33: Undersøgelse af trappeliniebrud for $\sigma_x = 0$ og $f_{cl} = f_{ce} = 1$ MPa , $\varphi_l = \varphi_e = 30^\circ$ samt $\omega = 29.2^\circ$

Der kan tages hensyn til studsfiger, der ikke er fyldte, ved at sætte $f_{ce} = 0$ og $\varphi_e = 0$, hvorved $\alpha_{l,maks}$ er lig med 90° . For dette tilfælde er det nødvendigt – for at opnå en god overensstemmelse med den optimerede løsning – at tilnærme trappeliniebruddet ved styrken svarende til såvel $\alpha_l = \varphi_l$ som $\alpha_l = \alpha_{l,maks}$ og $\alpha_l = \alpha_{l,middel}$. Situationen er vist på Figur 1.34, som er gældende for $f_{cl} = 1$ MPa , $f_{ce} = 0$, $\alpha_l \in [\varphi_l; 90]$, $\sigma_x = 0$ og $\omega = 29.2^\circ$.



Figur 1.34: Undersøgelse af trappeliniebrud for $\sigma_x = 0$ og $f_{cl} = 1$ MPa, $f_{ce} = 0$, $\alpha_l \in [\varphi_l; 90]$, $\sigma_x = 0$ samt $\omega = 29.2^\circ$

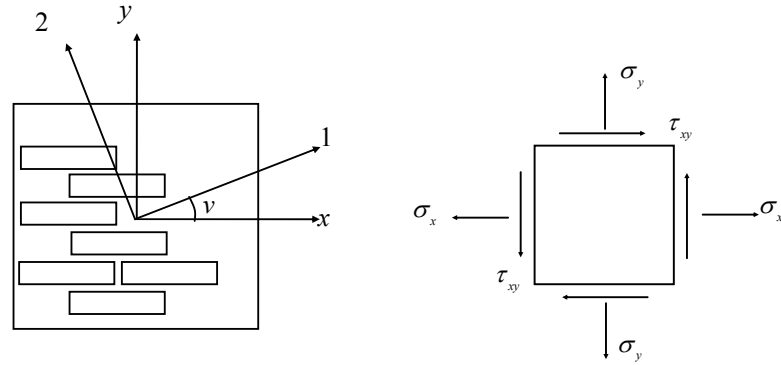
1.8 Enaksede styrker ved brud i svage snit

I forbindelse med opstilling af nedreværdiløsninger er det interessant at have kendskab til murværks enaksede trykstyrke såvel som dets trækstyrke for påvirkninger under forskellige vinkler ν i forhold til for eksempel liggefugen. Generelt er det at foretrække at designe murværk, så brud forekommer i de svage snit – helst trappeliniebrud og liggefugebrud. Sådanne brud vil aktivere glidning i fugerne. Derved sikres – som omtalt tidligere – at murværket udviser en vis sejhed i forbindelse med brud. Samtidigt vil eventuelle reparationer kunne klares ved at udskifte de beskadigede fuger. I det følgende undersøges murværks enaksede tryk- og trækstyrke og styrkens afhængighed af påvirkningens orientering i forhold til liggefugene. Undersøgelsen foretages under forudsætning af, at bruddet forekommer i de svage snit. Særlig opmærksomhed gives til liggefugebrud og studsugebrud, idet netop disse brudformer giver anledning til illustrative teoretiske overvejelser. Hovedspændingerne regnes positive som træk, og deres orientering i forhold til liggefugen og studsugenen er givet ved vinklen ν som vist på Figur 1.35. Med den anvendte definition af ν , og idet der anvendes den sædvanlige fortegsregning – se Figur 1.35 – er transformationsformlerne givet ved

$$\sigma_x = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\nu \quad (1.8.1)$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\nu \quad (1.8.2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\sin 2\nu \quad (1.8.3)$$



Figur 1.35: Koordinatsystemer og fortegneregning

1.8.1 Enakset trykstyrke

Der betragtes en skive i murværk påvirket til enakset tryk. Hovedspændingerne – positive som træk – er givet ved $\sigma_1 = 0$ og $\sigma_2 = -f_{cv}$, hvor f_{cv} er den enaksede trykstyrke svarende til vinkelen ν . $\nu = 0$ svarer til tryk vinkelret på liggefugen, og $\nu = 90^\circ$ svarer til tryk parallelt med liggefugen. Ved anvendelse af transformationsformlerne kan spændingstilstanden svarende til enakset tryk skrives som

$$\sigma_x = -\frac{1}{2} f_{cv} (1 - \cos 2\nu) \quad (1.8.4)$$

$$\sigma_y = -\frac{1}{2} f_{cv} (1 + \cos 2\nu) \quad (1.8.5)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{cv} \sin 2\nu \quad (1.8.6)$$

I første omgang antages påvirkningen at lede til brud i liggefugen. Brudbetingelsen er givet ved (1.7.3).

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{cl} \frac{1 - \sin \alpha_l}{\cos \alpha_l} - \sigma_y \tan \alpha_l \quad (1.8.7)$$

med

$$\alpha_l = \text{Arcsin} \left(2 \frac{\sigma_y}{f_{cl}} + 1 \right) \geq \varphi_l \quad (1.8.8)$$

(1.8.8) gælder for $-f_{cl} \leq \sigma_y \leq 0$. Spændinger σ_y større end nul kan ikke optages. For spændinger σ_y mindre end $-f_{cl}$ skal α_l sættes lig med φ_l . Ved indsættelse af spændingstilstanden svarende til enakset tryk – (1.8.5) og (1.8.6) – kan (1.8.7) omskrives til

$$f_{cv} = f_{cl} \frac{1 - \sin \alpha_l}{\cos \alpha_l} \frac{1}{\sin 2\nu - (1 + \cos 2\nu) \tan \alpha_l} \quad (1.8.9)$$

Et udtryk til bestemmelse af α_l kan findes ved at indsætte (1.8.9) i (1.8.5) som igen indsættes i (1.8.8). Omskrivningen giver

$$\frac{1 + \cos 2\nu}{\sin 2\nu} \cos \alpha_l + \sin \alpha_l = 1 \quad , \quad \alpha_l \geq \varphi_l \quad (1.8.10)$$

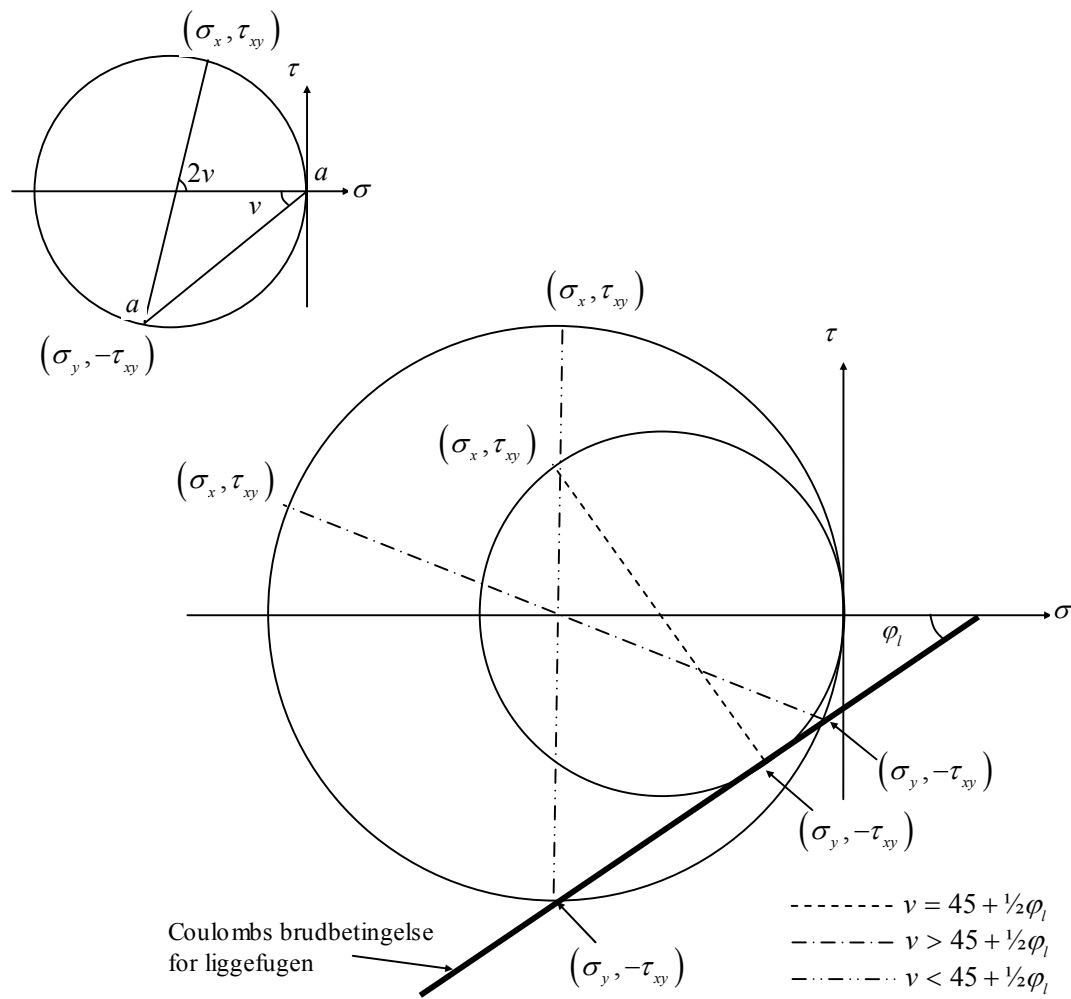
som kan anvendes til at finde sammenhørende værdier af ν og optimerede værdier af α_l . (1.8.10) er opfyldt for

$$\alpha_l = 2\nu - 90 \quad , \quad \alpha_l \geq \varphi_l \quad (1.8.11)$$

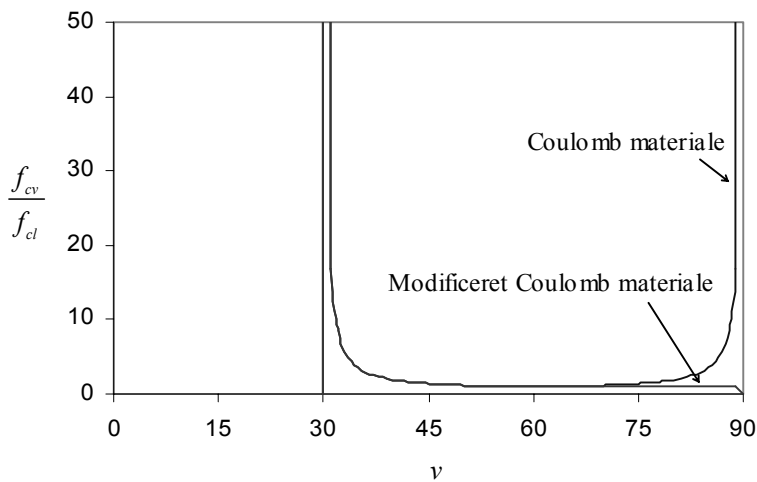
Sættes α_l lig med φ_l , svarer (1.8.7) til Coulombs brudbetingelse. f_{cv} findes for dette tilfælde at have et minimum for $\nu = 45 + \frac{1}{2}\varphi_l$. Det findes desuden, at f_{cv} går imod uendelig for ν gående imod henholdsvis φ_l og 90 , samt at der ikke kan forekomme brud i liggefugen, hvis ν er mindre end φ_l .

Situationen kan som vist på Figur 1.36 belyses ved betragtning af Mohrs cirkel svarende til enakset tryk. Spændingerne (σ_y, τ_{xy}) i liggefugen kan aflæses under en vinkel på $180 - 2\nu$ i forhold til første hovedspænding. Brud indtræffer når (σ_y, τ_{xy}) for et givet ν er sammenfaldende med et punkt på flydefalden. Den mindste styrke findes når punktet er tangentpunkt til Mohrs cirkel og Coulombs brudbetingelse, idet dette giver den mindst mulige cirkel. Ved trekantbetragtninger kan det vises, at (σ_y, τ_{xy}) netop er et tangentpunkt til Mohrs cirkel og Coulombs brudbetingelse, når ν er lig med $45 + \frac{1}{2}\varphi_l$. For alle andre værdier af ν vil det være nødvendigt at gøre Mohrs cirkel større, for at få (σ_y, τ_{xy}) til at være sammenfaldende med et punkt på flydefladen. Større cirkler svarer til stigende enakset trykstyrke. Det ses ligeledes, at den enaksede trykstyrke f_{cv} går imod uendelig for ν gående imod henholdsvis φ_l og 90 , samt at der ikke kan forekomme brud i liggefugen, hvis ν er mindre end φ_l . Sidstnævnte ses af at linien a-a bliver parallel med Coulombs brudbetingelse, når $\nu = \varphi_l$. For værdier af ν , for hvilke der ikke kan forekomme trykbrud, findes der negative værdier af f_{cv} .

Tages der hensyn til cirkelafskæringen ved at bestemme α_l i overensstemmelse med (1.8.8), findes det, at bæreevnen for ν større end $45^\circ + \frac{1}{2}\varphi_l$ er konstant lig med den enaksede trykstyrke af liggefugen. Dette kan igen indses ved betragtning af Mohrs cirkel, idet der for cirkelafskæringen gælder, at alle punkter på Mohrs cirkel samtidigt er punkter på flydefladen. Mohrs cirkel og dermed den enaksede trykstyrke er altså konstante. Den enaksede trykstyrkes variation med hensyn til ν er vist på Figur 1.37. Figuren er gældende for $f_{cl} = 1 \text{ MPa}$ og $\varphi_l = 30^\circ$.



Figur 1.36: Mohrs cirkel til belysning af trykstyrkens afhængighed af vinklen ν i tilfælde hvor brud forekommer i liggefugen. Der er set bort fra cirkelafskæringen



Figur 1.37: Enakset trykstyrke som funktion af ν i forbindelse med liggefugebrud

Det antages dernæst, at påvirkningen leder til brud i studsfugen. Brudbetingelsen er i dette tilfælde givet ved (1.7.10), det vil sige

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{cs} \frac{l_s - m_s \sin \alpha_e}{\cos \alpha_e} \xi + \frac{1}{2} f_{ce} \frac{1 - \sin \alpha_e}{\cos \alpha_e} (1 - \xi) - \sigma_x \tan \alpha_e \quad (1.8.12)$$

hvor ξ og α_e er givet ved henholdsvis (1.7.11) og (1.7.12).

$$\xi = \frac{A_s}{A_{tot}} \quad (1.8.13)$$

$$\alpha_e = \text{Arcsin} \left(\frac{\sigma_x + \frac{1}{2} f_{cs} \xi m_s + \frac{1}{2} f_{ce} (1 - \xi)}{\frac{1}{2} f_{cs} \xi l_s + \frac{1}{2} f_{ce} (1 - \xi)} \right) \geq \text{maks}(\varphi_s, \varphi_e) \quad (1.8.14)$$

(1.8.14) giver kun mening for $-\frac{1}{2} f_{cs} \xi (l_s + m_s) - f_{ce} (1 - \xi) \leq \sigma_x \leq \frac{1}{2} f_{cs} \xi (l_s - m_s)$. Spændinger σ_x større end $\frac{1}{2} f_{cs} \xi (l_s - m_s)$ kan ikke optages. For spændinger σ_x mindre end $-\frac{1}{2} f_{cs} \xi (l_s + m_s) - f_{ce} (1 - \xi)$ skal α_e sættes lig $\text{maks}(\varphi_s, \varphi_e)$.

Ved indsættelse af spændingstilstanden svarende til enakset tryk findes af (1.8.12)

$$f_{cv} = \frac{f_{cs} \frac{l_s - m_s \sin \alpha_e}{\cos \alpha_e} \xi + f_{ce} \frac{1 - \sin \alpha_e}{\cos \alpha_e} (1 - \xi)}{\sin 2\nu - (1 - \cos 2\nu) \tan \alpha_e} \quad (1.8.15)$$

Indsættes (1.8.15) i (1.8.4) og indsættes derefter i (1.8.14), findes – efter en del omskrivninger – følgende udtryk til bestemmelse af sammenhørende værdier af ν og optimerede værdier af α_e

$$\frac{1 - \cos 2\nu}{\sin 2\nu} \cos \alpha_e + \sin \alpha_e = \frac{\xi f_{cs} m_s + (1 - \xi) f_{ce}}{\xi f_{cs} l_s + (1 - \xi) f_{ce}}, \quad \alpha_e \geq \text{maks}(\varphi_s, \varphi_e) \quad (1.8.16)$$

Sammenhørende værdier af ν og optimerede værdier af α_e må bestemmes ud fra en numerisk undersøgelse af (1.8.16), idet der ikke er fundet en analytisk løsning til problemet. Højre side af (1.8.16) er lig med 1 i tilfælde, hvor f_{cs} ikke har nogen indflydelse. Oftest vil f_{cs} dog være bestemmende for værdien af udtrykket på højre side, der i takt med stigende indflydelse vil gå imod m_s/l_s . Forholdet m_s/l_s er udelukkende afhængigt af stenens friktionsvinkel φ_s idet forholdet mellem stenens træk- og trykstyrke antages at være lig med 1/20 uafhængigt af trykstyrkens størrelse. Et realistisk bud på størrelsen af stenens friktionsvinkel vil være, at den ligger i intervallet 0 til 60 grader. For friktionsvinkler i dette interval varierer m_s/l_s mellem 0.9 og 0.7. Ved en numerisk undersøgelse af (1.8.16) vil det altså være dækkende at lade højre side antage værdier imellem 1 og 0.7. For valgte værdier af C og ν kan α_e herefter bestemmes således at

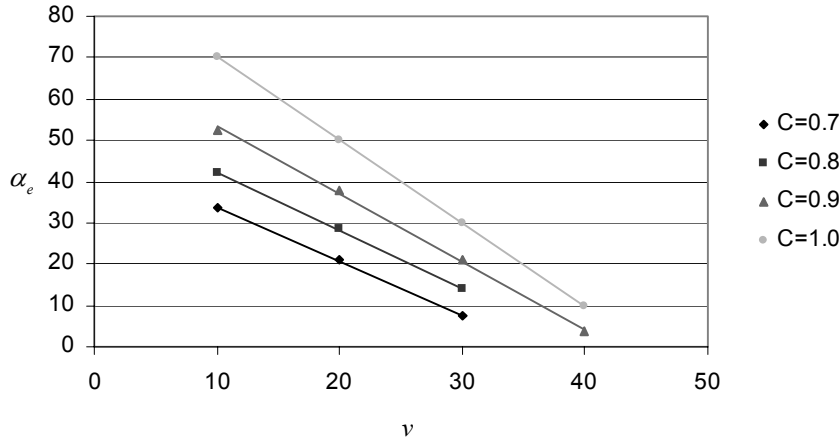
$$\frac{1 - \cos 2\nu}{\sin 2\nu} \cos \alpha_e + \sin \alpha_e = C, \quad \alpha_e \geq \max(\varphi_s, \varphi_e) \quad (1.8.17)$$

hvor

$$C = \frac{\xi f_{cs} m_s + (1 - \xi) f_{ce}}{\xi f_{cs} l_s + (1 - \xi) f_{ce}} \quad (1.8.18)$$

Plottes sammenhørende værdier af α_e og ν for forskellige værdier af C i intervallet $[0.7; 1]$ – se Figur 1.38 – findes der at være tilnærmelsesvis lineære sammenhænge. α_e kan således skrives på formen

$$\alpha_e = A\nu + B \geq \max(\varphi_s, \varphi_e) \quad (1.8.19)$$



Figur 1.38: Sammenhørende værdier af α_e og ν for forskellige værdier af C . Figuren viser desuden de lineære tendenslinier

Formlerne for de lineære tendenslinier er fundet til

$$C = 0.7: \quad \alpha_e = -1.31\nu + 47.0 \quad (1.8.20)$$

$$C = 0.8: \quad \alpha_e = -1.41\nu + 56.3 \quad (1.8.21)$$

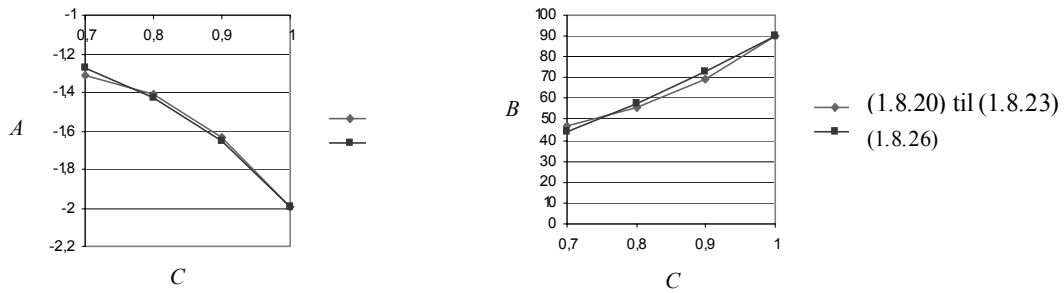
$$C = 0.9: \quad \alpha_e = -1.63\nu + 69.6 \quad (1.8.22)$$

$$C = 1.0: \quad \alpha_e = -2\nu + 90 \quad (1.8.23)$$

A og B kan beskrives som funktion af C , idet der er fundet den simple tilnærmede sammenhæng

$$A = -2^{C^3}, \quad B = 90 \cdot C^2 \quad (1.8.24)$$

Sammenhængen mellem A og B givet i (1.8.20) til (1.8.23) og A og B bestemt af (1.8.24) er vist på Figur 1.39. Der ses at være god overensstemmelse mellem værdierne.



Figur 1.39: Bestemmelse af A og B som funktion af C

En tilnærmet værdi for den enaksede trykstyrke for en given vinkel ν kan altså for studsugebrud findes af (1.8.15), idet α_e bestemmes af (1.8.19).

$$\alpha_e = A\nu + B \geq \max(\varphi_s, \varphi_e) \quad (1.8.25)$$

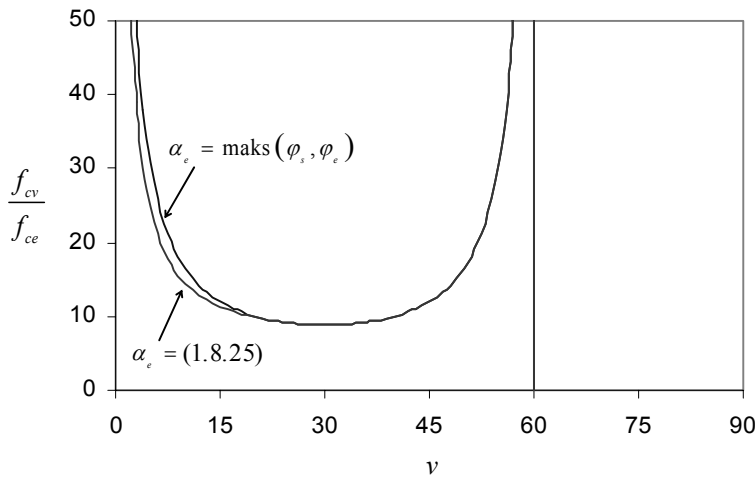
hvor

$$A = -2C^3, \quad B = 90 \cdot C^2 \quad (1.8.26)$$

$$C = \frac{\xi f_{cs} m_s + (1 - \xi) f_{ce}}{\xi f_{cs} l_s + (1 - \xi) f_{ce}} \quad (1.8.27)$$

Alternativt bestemmes α_e numerisk således at (1.8.16) er opfyldt for en given værdi af ν .

Den enaksede trykstyrkes afhængighed af vinklen ν er vist på Figur 1.40. Figuren er gældende for $f_{cs} = 20$ MPa, $f_{ts} = \frac{1}{20} f_{cs}$, $f_{ce} = 1$ MPa, $\varphi_s = \varphi_e = 30^\circ$ og $\xi = 0.41$ svarende til dansk murværk i halvstens løberforbandt. Det ses, at der ikke er stor forskel mellem bæreevnen bestemt ud fra en optimeret værdi af α_e , og bæreevnen bestemt for $\alpha_e = \max(\varphi_s, \varphi_e)$. En nærmere undersøgelse af afhængigheden af de indgående parametre viser, at der er god overensstemmelse mellem de to måder til bestemmelse af trykstyrken så længe $f_{ts} = \frac{1}{20} f_{cs}$. Det vil sige, at α_e uden den store fejl kan sættes lig med $\max(\varphi_s, \varphi_e)$ ved bestemmelse af f_{cv} . Er forholdet mellem stenens træk- og trykstyrke mindre end $1/20$ vil forskellen mellem den optimerede løsning og den tilnærmede løsning med $\alpha_e = \max(\varphi_s, \varphi_e)$ blive større.



Figur 1.40: Enakset trykstyrke som funktion af ν for studsugebrud. $f_{cs} = 20$ MPa, $f_{ts} = \frac{1}{20} f_{cs}$, $f_{ce} = 1$ MPa, $\varphi_s = \varphi_e = 30^\circ$ og $\xi = 0.41$

f_{cv} går imod uendelig for $\nu \rightarrow 90 - \text{maks}(\varphi_s, \varphi_e)$ og for $\nu \rightarrow 0$. Studsfugebrud kan ikke forekomme hvis ν er større end $90 - \text{maks}(\varphi_s, \varphi_e)$.

For en given værdi af α_e vil tøjningstilstanden i brudlinien være bestemt – se [1998.1]. Tøjningsvektoren skal i henhold til plasticitetsteoriens normalitetsbetingelse stå vinkelret på flydefladen, og den vil danne vinklen α_e med τ -aksen i et σ, τ -koordinatsystem. For studsugebruddet vil der gælde forskellige flydebetingelser for de dele af brudlinien, som løber gennem stenene, og de dele, der løber igennem studsugen. Idet tøjningsvektoren har samme orientering for alle dele af brudlinien, vil der i brudsituationen være forskellige spændingstilstande i henholdsvis sten og studsuge. Dette ses af, at tøjningsvektoren ikke kan være normal til 2 forskellige flydeflader for den samme kombination af spændinger (σ_x, τ_{xy}) . For at få brud, skal der i begge materialer forekomme spændingstilstande, som i Mohrs cirkel ligger under vinklen 2ν i forhold til σ_1 , og som samtidigt er punkter på de respektive flydeflader.

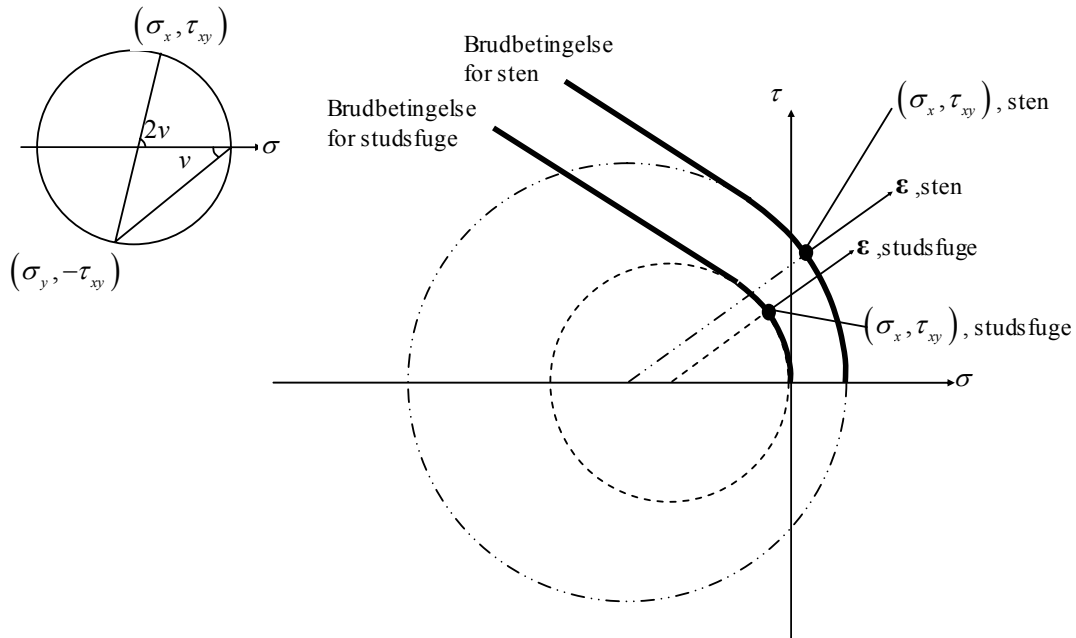
Betragtes delmaterialerne enkeltvis, kan det – analogt til betragtningerne vedrørende liggefugebrud – vises, at der ikke kan forekomme brud i de enkelte materialer for ν større end $90 - \varphi$, hvor φ er friktionsvinklen for det betragtede delmateriale. Tilsvarende kan det vises, at trykstyrken vil gå imod uendelig for $\nu \rightarrow 90 - \varphi$. Dette vil gælde for såvel sten som studsuge, hvorfor det for studsugebrud gælder, at $f_{cv} \rightarrow \infty$ for $\nu \rightarrow 90 - \text{maks}(\varphi_s, \varphi_e)$, samt at der ikke kan forekomme brud for ν større end $90 - \text{maks}(\varphi_s, \varphi_e)$. At den enaksede trykstyrke ved studsugebrud går imod uendelig for ν gående imod nul kan – som følge af de komplicerede spændingstilstande i sten og studsuge – ikke umiddelbart vises ud fra Mohrs cirkel, se Figur 1.41.

Sættes specielt $f_{ts} = 0$, vil trykstyrken for $\nu \rightarrow 0$ – ved bestemmelse af α_e i henhold til (1.8.25) – gå imod den konstante værdi givet ved brudliniens vægtede trykstyrke.

$$f_{cv} = \xi f_{cs} + (1 - \xi) f_{ce} \quad (1.8.28)$$

Den konstante værdi bliver aktuel når tøjningsvektoren samtidigt befinder sig på de enkelte flydefladers cirkelafskæringer, idet trykstyrken for de enkelte materialer da vil være konstant. Samtidigt vil tøjningsvektoren for begge materialer svare til punkter, for hvilke σ_x er en trykspænding. Bruddet vil derfor i begge materialer forekomme for spændinger svarende til enakset tryk.

For værdier af ν , for hvilke der ikke kan forekomme trykbrud, findes der negative værdier af f_{cv} .



Figur 1.41: Spændingstilstand i tilfælde hvor der forekommer studsfugebrud

Endelig betragtes trappeliniebruddet bestemt ved (1.7.15), det vil sige

$$\tau_{xy} = \frac{\frac{1}{2} f_{cl} \cos \omega (1 - \sin \alpha_l) + \frac{1}{2} f_{ce} \sin \omega (1 - \cos \alpha_l) - \sigma_x \sin \omega \cos \alpha_l - \sigma_y \cos \omega \sin \alpha_l}{\cos \omega \cos \alpha_l + \sin \omega \sin \alpha_l} \quad (1.8.29)$$

Indsættes spændingstilstanden svarende til enakset tryk findes ved omskrivning et udtryk for den enaksede styrke svarende til trappeliniebrud.

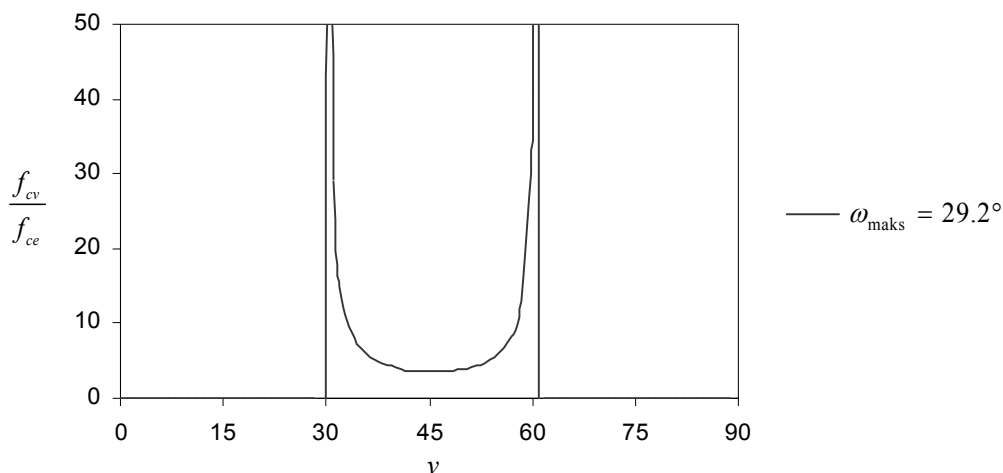
$$f_{cv} = \frac{f_{cl} \cos \omega (1 - \sin \alpha_l) + f_{ce} \sin \omega (1 - \cos \alpha_l)}{\sin 2\nu (\cos \omega \cos \alpha_l + \sin \omega \sin \alpha_l) - (1 - \cos 2\nu) \sin \omega \cos \alpha_l - (1 + \cos 2\nu) \cos \omega \sin \alpha_l} \quad (1.8.30)$$

Som beskrevet i afsnit 1.7.3 sættes ω lig med ω_{maks} , og α_l kan tilnærmet sættes lig med $\alpha_{l,min}$. En nøjagtigere tilnærmelse til styrken ved trappeliniebrud kan findes ved yderligere

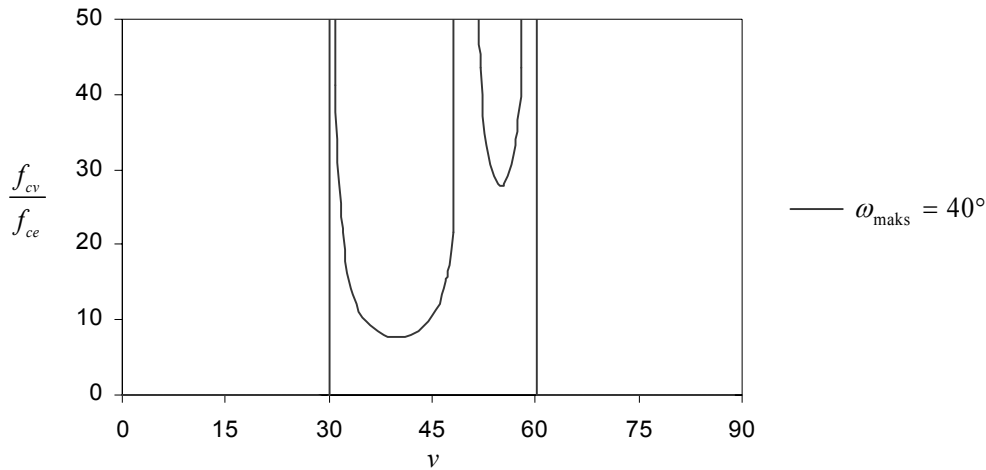
at bestemme styrken for $\alpha_l = \alpha_{l,\text{middel}}$ og $\alpha_l = \alpha_{l,\text{maks}}$. Alternativt optimeres udtrykket numerisk med hensyn til α_l . Såfremt (1.8.30) giver negative værdier af f_{cv} , er det ensbetydende med at trykbrud ikke kan forekomme for den betragtede vinkel ν .

Den enaksede trykstyrke svarende til trappeliniebrud er på Figur 1.42 til Figur 1.44 vist som funktion af ν . Trykstyrken er bestemt som minimum af styrkerne svarende til $\alpha_l = \alpha_{l,\text{min}}$, $\alpha_l = \alpha_{l,\text{middel}}$ og $\alpha_l = \alpha_{l,\text{maks}}$. Af andre størrelser er anvendt $f_{cl} = f_{ce} = 1 \text{ MPa}$, $\varphi_l = \varphi_e = 30^\circ$. For $\omega_{\text{maks}} = 29.2^\circ$ – svarende til halv- og kvartstens løberforbandt – giver den enaksede styrke for trappeliniebrud det på Figur 1.42 viste billede analogt til liggefugebruddet og studsugebruddet.

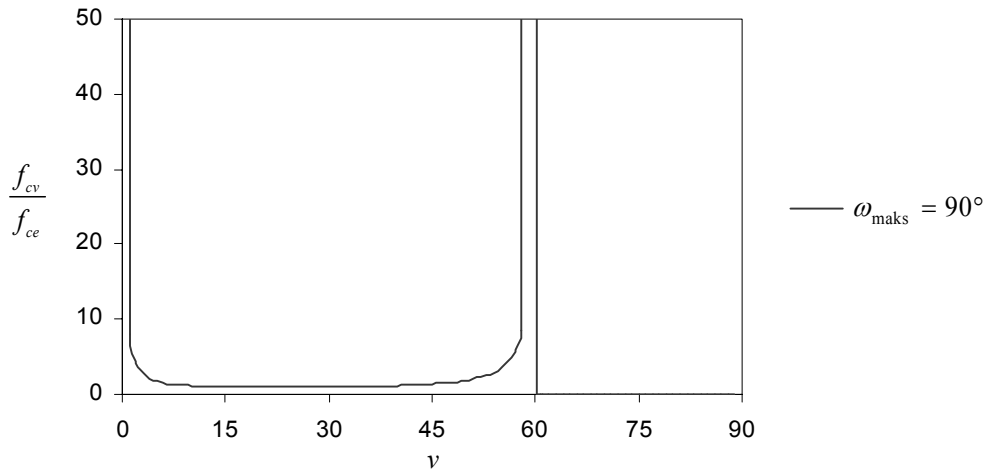
For værdier af ω_{maks} mellem $\alpha_{l,\text{min}}$ og $\alpha_{l,\text{maks}}$ sker der det pudsige, at trykstyrken svarende til trappeliniebrud har to minima. Situationen er vist for $\omega_{\text{maks}} = 40^\circ$. Det observeres desuden, at der for $\omega = 90^\circ$ – det vil sige stående fortanding – fås et forløb svarende til Coulombs brudbetingelse for liggefugebrud. Trykstyrken går imod uendelig for $\nu \rightarrow 0$, hvilket skyldes, at den betragtede enhedscelle er en dårlig model i dette tilfælde. For $\nu = 0$ er $\sigma_y = -f_{cv}$ den eneste spænding forskellig fra nul. For enhedscellen giver $\sigma_y = -f_{cv}$ et negativt ydre arbejde. Når det ydre arbejde er negativt, kan arbejdsligningen ikke tilfredsstilles, hvilket er ensbetydende med, at der ikke kan forekomme trykbrud for den betragtede enhedscelle. I praksis er trykstyrken for $\nu \rightarrow 0$ konstant lig med trykstyrken af skillefladen mellem sten og studsuge, hvilket findes ved at betragte en enhedscelle svarende til enhedscellen for liggefugebrud – se afsnit 1.7.1. Sammenlign i øvrigt Figur 1.37 og Figur 1.44.



Figur 1.42: Enakset trykstyrke som funktion af ν for trappeliniebrud, $\omega_{\text{maks}} = 29.2^\circ$. Trykstyrken er bestemt som minimum af styrkerne svarende til $\alpha_l = \alpha_{l,\text{min}}$, $\alpha_l = \alpha_{l,\text{middel}}$ og $\alpha_l = \alpha_{l,\text{maks}}$. Af andre størrelser er anvendt $f_{cl} = f_{ce} = 1 \text{ MPa}$, $\varphi_l = \varphi_e = 30^\circ$



Figur 1.43: Enakset trykstyrke som funktion af ν for trappeliniebrud, $\omega_{maks} = 40^\circ$



Figur 1.44: Enakset trykstyrke som funktion af ν for trappeliniebrud, $\omega_{maks} = 90^\circ$

1.8.2 Enakset trækstyrke

For trækstyrken af murede skiver er problematikken den samme som for trykstyrken af murede skiver. Forudsat at trækbruddet svarer til liggefugebrud eller studsugebrud er brudlinierne fastholdt under en given orientering. Dette resulterer i, at murværkets enaksede trækstyrke kan overskride trækstyrken af materialet i brudlinien.

I første omgang betragtes et liggefugebrud. Hovedspændingerne er givet ved $\sigma_1 = f_{tv}$ og $\sigma_2 = 0$, hvor f_{tv} er den enaksede trækstyrke for en påvirkning under vinklen ν . $\nu = 0$ svarer til træk parallelt med liggefugen, og $\nu = 90$ svarer til træk vinkelret på liggefugen. Spændingerne i liggefugen findes af transformationsformlerne (1.8.2) og (1.8.3).

$$\sigma_y = \frac{1}{2} f_{tv} (1 - \cos 2\nu) \quad (1.8.31)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{tv} \sin 2\nu \quad (1.8.32)$$

Indsættes disse i brudbetingelsen for liggefugebrud (1.7.3), findes efter simple omskrivninger et udtryk for f_{tv}

$$f_{tv} = f_{cl} \frac{1 - \sin \alpha_l}{\cos \alpha_l} \frac{1}{\sin 2\nu + (1 - \cos 2\nu) \tan \alpha_l} \quad (1.8.33)$$

For $\alpha_l \rightarrow 90$ går f_{tv} mod nul uafhængigt af ν . Dette betyder, at den enaksede trækstyrke er lig med nul for alle vinkler ν , idet der vil forekomme trækbrud i liggefugen. Resultatet følger af, at trækstyrken af liggefugen regnes lig med nul.

Da liggefugebruddet altid giver, at den enaksede trækstyrke er lig med nul, foretages der ikke en nærmere undersøgelse af henholdsvis studsugebrud og trappeliniebrud. Ud fra betragtning af et tilfælde hvor liggefugen regnes at have en trækstyrke forskellig fra nul, virker det dog rimeligt at sætte den enaksede trækstyrke parallelt med liggefugen lig med f_{tx} som omtalt i afsnit 1.6.

Det indre arbejde i liggefugen vil, hvis liggefugens trækstyrke f_{tl} regnes forskellig fra nul, være givet ved

$$W_l = \frac{1}{2} f_{cl} (l_l - m_l \sin \alpha_l) \quad (1.8.34)$$

hvor l_l og m_l bestemt ved (1.8.35) er parametre, der tager højde for trækstyrkens bidrag til det indre arbejde. Vi har

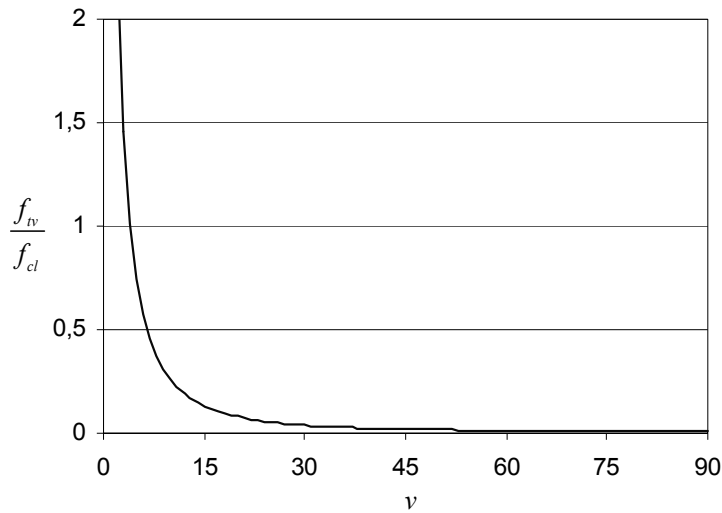
$$l_l = 1 - 2 \frac{f_{tl}}{f_{cl}} \frac{\sin \varphi_l}{1 - \sin \varphi_l} \quad , \quad m_l = 1 - 2 \frac{f_{tl}}{f_{cl}} \frac{1}{1 - \sin \varphi_l} \quad (1.8.35)$$

Anvendes arbejdsligningen under hensyntagen til trækstyrken fås – ved at udtrykke det indre arbejde ved (1.8.34) – at¹

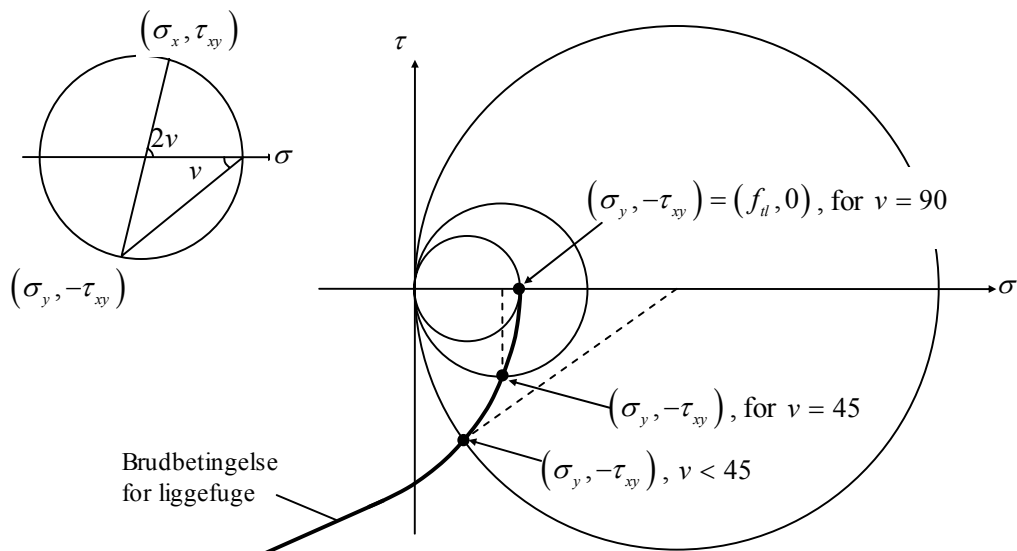
$$f_{tv} = f_{cl} \frac{l_l - m_l \sin \alpha_l}{\cos \alpha_l} \frac{1}{\sin 2\nu + (1 - \cos 2\nu) \tan \alpha_l} \quad (1.8.36)$$

For en uendelig lille trækstyrke f_{tl} , vil f_{tv} bestemt af (1.8.36) give et styrkeforløb som vist på Figur 1.45. Figuren er konstrueret for $f_{cl} = 1$ MPa og $f_{tl} = \frac{1}{100} f_{cl}$. For hver værdi af ν er der foretaget en numerisk optimering af α_l for at finde den mindste værdi af f_{tv} .

¹ - ses ved betragtning af enhedscellen svarende til liggefugebrud – se afsnit 1.7.1 – og ved efterfølgende indsættelse af spændingerne svarende til enakset træk



Figur 1.45: Enakset trækstyrke som funktion af ν i forbindelse med liggefugebrud, i tilfælde hvor liggefugen tænkes at have en trækstyrke



Figur 1.46: Mohrs cirkel til belysning af trækstyrkens afhængighed af vinklen ν i tilfælde hvor brud forekommer i liggefugen, og liggefugen regnes at have en trækstyrke forskellig fra nul

Det ses, at $f_{tv} \rightarrow \infty$ for $\nu \rightarrow 0$, hvor $\nu = 0$ svarer til træk parallelt med liggefugen. For træk vinkelret på liggefugen ($\nu = 90$) er $f_{tv} = f_{tl}$. Situationen kan forklares ud fra betragtning af Figur 1.46. For at der skal optræde brud, skal spændingerne (σ_y, τ_{xy}) svare til et punkt på flydefladen. For ν gående mod nul, kan dette kun lade sig gøre, hvis Mohrs cirkel går imod at blive uendeligt stor. For ν lig med 90, svarer (σ_y, τ_{xy}) til et punkt på

flydefladen i den Mohrske cirkel hvor (σ_y, τ_{xy}) er sammenfaldende med punktet $(f_{tl}, 0)$. Den enaksede trækstyrke vinkelret på liggefugen er altså – som det måtte forventes – lig med trækstyrken af liggefugen.

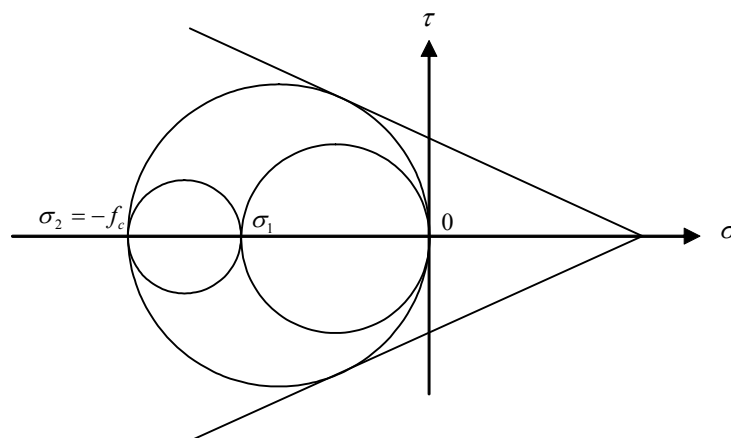
Det faktum, at selv uendeligt små trækstyrker vil få den enaksede trækstyrke af liggefugen f_{tv} til at gå imod ∞ for ν gående imod nul, retfærdiggør, at der regnes med en trækstyrke parallelt med liggefugen. Var det ikke for dette fænomen, kunne der argumenteres for, at også trækstyrken parallelt med liggefugen skulle regnes lig med nul, idet selv ganske små afvigelser fra $\nu = 0$ ville forårsage brud i liggefugen.

2 Flydefladen for murværk

Flydefladen for armerede betonskiver med ortogonal armering – se [1998.1] – er i tidligere arbejder blevet overført til trækonstruktioner [1978.1]. I denne rapport ønskes undersøgt, om flydefladen tilsvarende kan anvendes på murværkskonstruktioner.

Anvendelse af betonflydefladen på murværk har flere fordele for den projekterende ingeniør. For det første er der tale om simple udtryk der giver en god intuitiv forståelse af hvorfor der indtræffer brud. For det andet opnås der overensstemmelse mellem teorierne anvendt på beton og på murværk.

Umiddelbart er antagelserne der leder til flydefladen for armerede betonskiver ikke anvendelige for murværk. Betonflydefladen udledes under antagelse af, at betonen kan betragtes som et stift plastisk materiale, der adlyder Coulombs modificerede brudbetingelse med en trækstyrke lig med nul. Betonen antages således isotrop, og vil derfor have samme egenskaber i skivens plan som ud af skivens plan. Ved en plan spændingstilstand – hvor spændingen ud af skivens plan er lig med nul – vil trykbrud altid indtræffe, når én eller begge hovedspændinger σ_1 eller σ_2 i skivens plan er lig med $-f_c$, hvor f_c er betonens enaksede trykstyrke. Dette er ved hjælp af Mohrs cirkler illustreret på Figur 2.1, hvor det er antaget at $\sigma_1 > \sigma_2$. Spændingerne regnes positive som træk.



Figur 2.1: Trykbrud i Coulombmateriale

For murværk er situationen imidlertid en anden. Her er tale om et anisotrop materiale, hvor trykstyrken i høj grad er afhængig af trykkets retning i forhold til fugerne. Under plane spændingstilstande vil brud oftest ske i form af et glidningsbrud eller et adskillelsesbrud i planer vinkelret på skivens plan. I tilfælde hvor murværket påvirkes til biaksialt tryk, er der desuden observeret adskillelsesbrud i en plan parallelt med skivens plan. Brud der forekommer i planer vinkelret på skivens plan er upåvirkede af, at spændingen ud af planen er lig med nul, hvilket er i modstrid med betonteorien.

Dette er blot en af mange forskelle på murværk og beton. Ikke desto mindre vil flydefladen for murede skiver i det følgende blive opstillet med udgangspunkt i de fremgangsmåder, der anvendes ved opstilling af flydefladen for skiver af armeret beton. Det forventes, at der må tages særligt hensyn til de normalt forekommende tilfælde, hvor brudlinierne i murværk primært løber i skillefladen mellem sten og fuge. Disse brudlinier siges som nævnt at løbe i svage snit, da skillefladens styrke oftest er væsentligt ringere end styrken af henholdsvis sten og fuge. Styrken af svage snit er behandlet i afsnit 1.7 og 1.8.

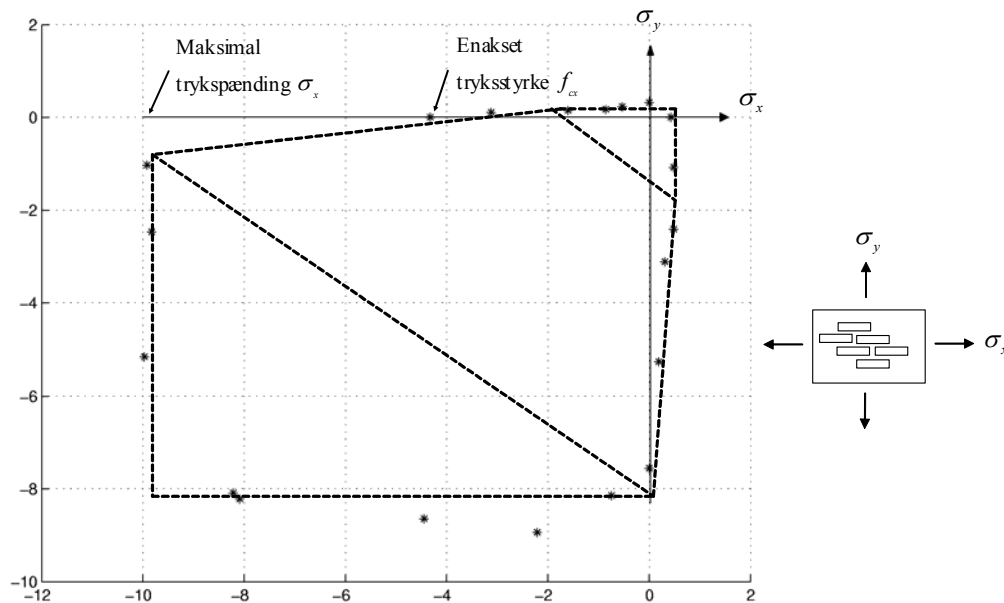
I det følgende foretages en gennemgang af tidligere arbejde vedrørende murværksflydefladen, og der gives en kort beskrivelse af betonflydefladen og de bagved liggende betragtninger. Endelig gives forslag til en flydeflade for murværk. Flydefladen opstilles for uarmeret murværk af massive sten, men den forventes uden større problemer at kunne overføres til armeret murværk og murværk af hulsten – se afsnit 2.6.

2.1 Tidligere arbejde

Flydefladen for murværk er gennem tiden forsøgt beskrevet af flere forskellige forfattere. Nogle af de givne forslag er beskrevet i afsnittene 2.1.1 til 2.1.3.

2.1.1 Page m.fl.

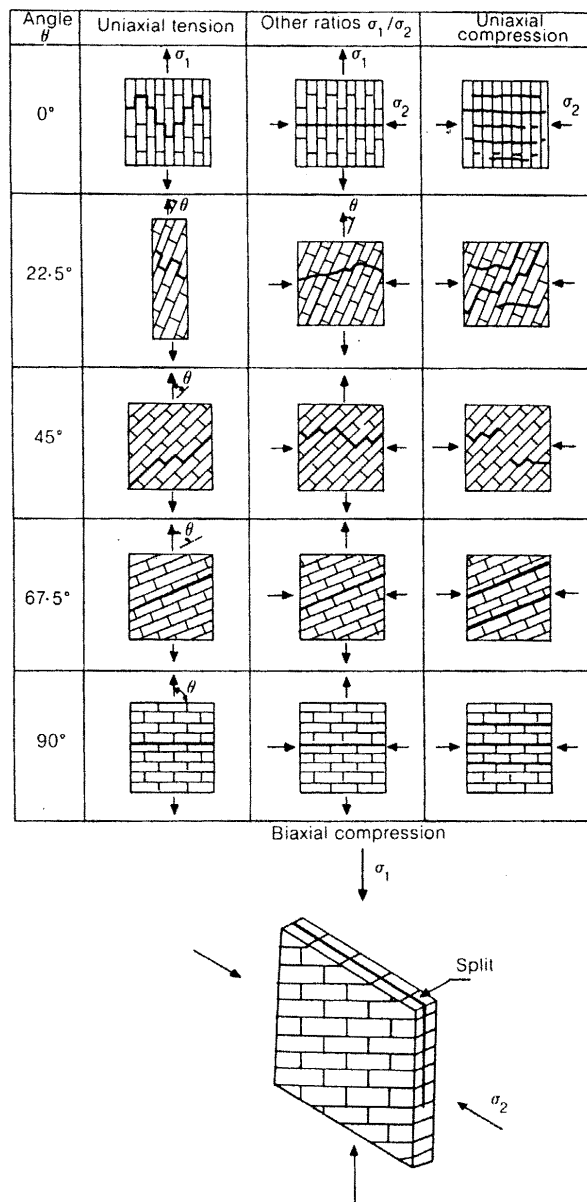
Adrian Page (University of Newcastle, Australien) m.fl. har gennemført et større forskningsprojekt med henblik på bestemmelse af flydefladen for murværk af massive sten. Forsøg og resultater er blandt andet beskrevet i [1980.5], [1981.1], [1982.2] og [1983.3]. I denne forbindelse er der udført et stort antal forsøg med murværksskiver påvirket til biaksiale spændingstilstande. På baggrund af forsøgsresultaterne konkluderes, at flydefladen kan beskrives tilnærmet ved 3 kegleflader – skitseret ved stiplede linier i σ_x, σ_y -planen på Figur 2.2. De på figuren markerede punkter svarer til de rapporterede forsøgsresultater for $\tau_{xy} = 0$.



Figur 2.2: Forsøgsresultater i σ_x, σ_y -planen – det vil sige for τ_{xy} lig med 0. Middelværdier for forsøgsresultater af Page m.fl.. Enheder i MPa

Det fremgår af de viste forsøgsresultater, at der ved biaksialt tryk kan forekomme trykspændinger større end murværkets enaksede trykstyrker. Denne effekt er især udpræget ved tryk parallelt med liggefugerne, hvor den enaksede styrke overskrides med en faktor 2. Den enaksede trykstyrke parallelt med liggefugerne er imidlertid ikke af Page m.fl. defineret som den endelige brudstyrke. For at opnå en konsistent definition af brud, er forsøgene standset ved observation af gennemgående brudlinier i liggefugerne. De herved dannede tryksøjler har imidlertid yderligere bæreevne. Dette giver anledning til at betvivle den store rapporterede forskel mellem den enaksede trykstyrke og de maksimalt rapporterede trykspændinger i forbindelse med biaksialt tryk. Det kan tænkes, at den egentlige brudstyrke ved enakset tryk parallelt med liggefugerne ligger tættere på de maksimalt målte værdier af σ_x . I så fald er den enaksede trykstyrke parallelt med liggefugerne større end – eller i hvert tilfælde af samme størrelsesorden som – trykstyrken vinkelret på liggefugerne. Denne tanke understøttes af øvreværdiløsningerne beskrevet i afsnit 1.3 og 1.4. Tanken bakkes desuden op af resultater rapporteret af Per Kastrup Nielsen [1993.1], der udførte forsøg på murede prismer – se afsnit 1.4.5. Omfanget af Per Kastrup Niensens forsøg er dog meget begrænset, ligesom der må stilles spørgsmålstegn ved om virkningerne af modhold er de samme for prismene der testes vinkelret på liggefugerne, som for prismene der testes parallelt med liggefugerne. Det synes imidlertid klart, at der ikke er tale om en faktor 2 mellem de to enaksede styrker, sådan som rapporteret af Page m.fl..

De 3 kegleflader angivet af Page m.fl. afspejler ikke direkte murværkets brudform. Det er dog observeret, at de øgede trykstyrker ved biaksiale trykpåvirkninger svarer til situationer hvor murværket bryder ved et adskillelsesbrud i en plan parallelt med skivens plan – et såkaldt spaltebrud. De rapporterede brudformer er vist på Figur 2.3. Heraf fremgår også den af Page m.fl. definerede brudform for tryk parallelt med liggefugen.

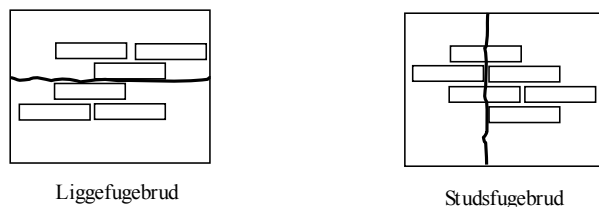


Figur 2.3: Brudformer for murværk påvirket til biaksiale spændingstilstande (fra [1985.4])

Med udgangspunkt i den generelle formel for kegleflader beskrives en metode til fastlæggelse af de tre kegleflader. Metoden indebærer, at der for et givet murværk skal udføres et mindre antal forsøg til fastlæggelse af nøglepunkter for flydefladen [1985.1]. Det drejer sig om to enaksede trykforsøg (henholdsvis parallelt med og vinkelret på liggefugerne), to enaksede trækforsøg (henholdsvis parallelt med og vinkelret på liggefugen), ét forsøg med biaksialt tryk under en vinkel på 45° i forhold til liggefugen og med et forhold mellem største og mindste hovedspænding lig med 4, samt ét forsøg med biaksialt træk-tryk under en vinkel på 45° i forhold til liggefugen og med et forhold mellem hovedspændingerne lig med -1.

2.1.2 Hamid og Drysdale

Hamid og Drysdale har foreslået en flydebetingelse for murværk ud fra betragtning af liggefugebrud og studsugebrud [1982.5] – se Figur 2.4. Brud forekommer enten i et vandret snit i liggefugen eller i et lodret snit gennem sten, liggefuge, og studsuge¹.



Figur 2.4: Svage snit i henhold til Hamid og Drysdale

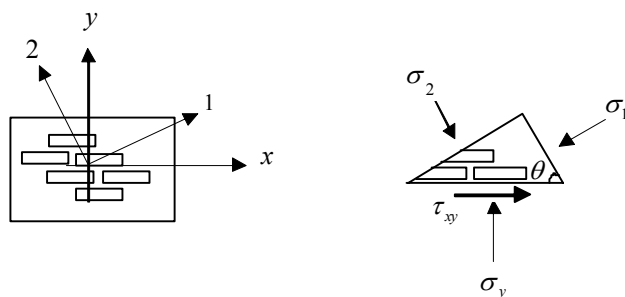
Styrken af snittene bestemmes ved hjælp af Coulombs brudbetingelse. Styrken af liggefugen beskrives således ved

$$\tau_{xy} = c_l + \sigma_y \tan \varphi_l \quad (2.1.1)$$

hvor c_l er kohæsionen og φ_l er friktionsvinklen for liggefugen. σ_y , der er normalspændingen i et snit parallelt med liggefugen, regnes af Hamid og Drysdale positiv som tryk. Udtrykt ved hovedspændingerne kan (2.1.1) skrives

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{2(c_l + \sigma_2 \tan \varphi_l)}{(1 - \tan \varphi_l \cot \theta) \sin(2\theta)} \quad (2.1.2)$$

idet der anvendes fortegnssætningen vist på Figur 2.5.



Figur 2.5: Fortegnsregning anvendt ved betragtning af liggefugebrud

Antages for studsugebrud, at bruddet sker samtidigt i sten og i skillefladen mellem sten og studsuge², og anvendes fortegnssætningen vist på Figur 2.6 fås tilsvarende

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{2(1 - \xi)(c_e + \sigma_2 \tan \varphi_e)}{(1 - \tan \varphi_e \cot \theta') \sin(2\theta')} + \frac{2\xi(c_s + \sigma_2 \tan \varphi_s)}{(1 - \tan \varphi_s \cot \theta') \sin(2\theta')} \quad (2.1.3)$$

hvor c_e , c_s og φ_e , φ_s er henholdsvis kohæsionen og friktionsvinklen for henholdsvis studsuge og mursten. Størrelsen ξ angiver forholdet mellem arealet af mursten og det

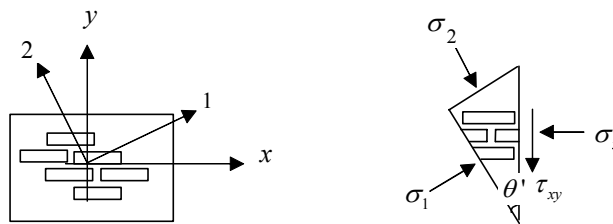
¹ Eller skillefladen mellem sten og studsuge

² Den del af brudlinjen der løber gennem liggefugen betragtes ikke særskilt

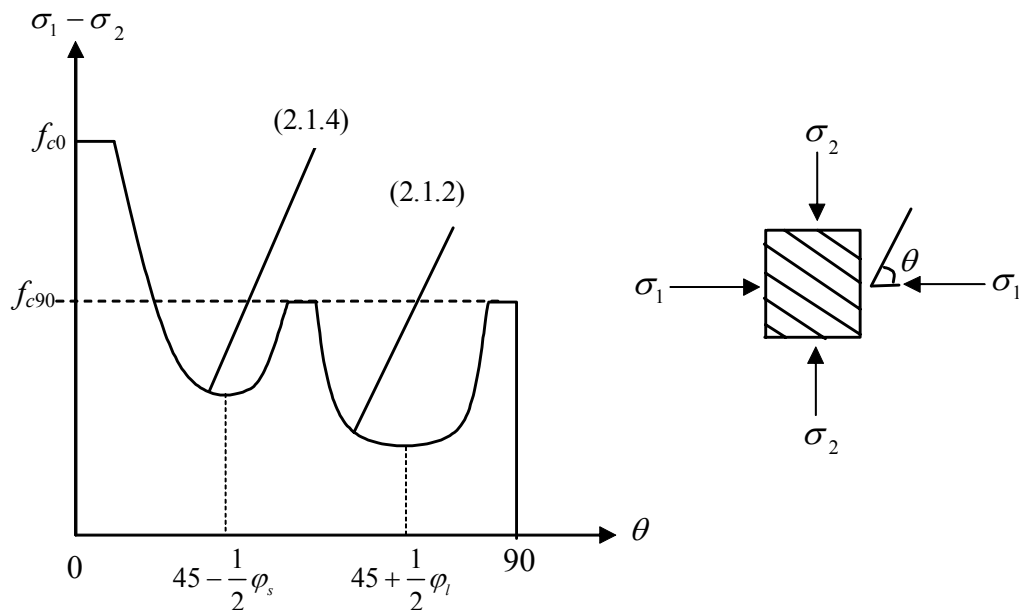
samlede areal af det lodrette snit. Bemærk definitionen af vinklen $\theta' = 90 - \theta$. Såfremt bidraget fra studsfulgen negligeres fås

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{2\xi(c_s + \sigma_2 \tan \varphi_s)}{(1 - \tan \varphi_s \cot \theta') \sin(2\theta')} \quad (2.1.4)$$

Udover de 2 glidningsbrud, indføres øvre begrænsninger svarende til de enaksede trykstyrker f_{c0} og f_{c90} henholdsvis vinkelret på og parallelt med liggefugerne. Det principielle udseende af flydebetingelsen givet ved (2.1.2) og (2.1.4) er vist på Figur 2.7.



Figur 2.6: Fortegnsregning anvendt ved betragtning af studsfulgebrud



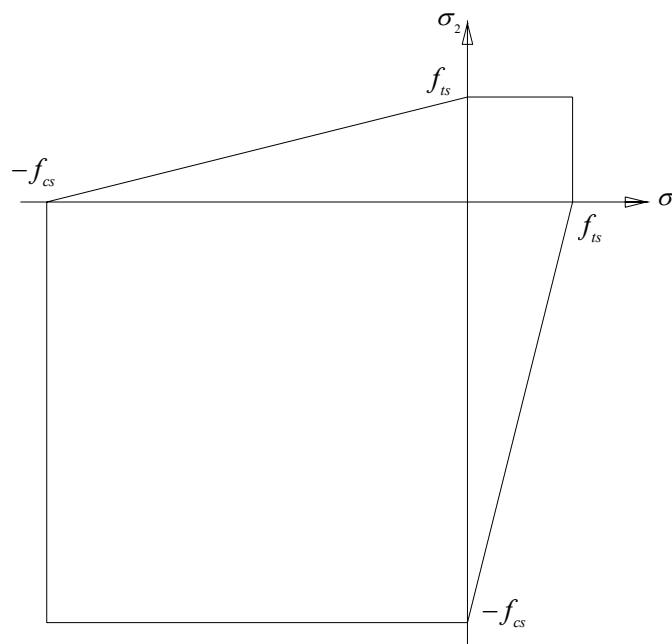
Figur 2.7: Principielt udseende af flydebetingelse foreslået af Hamid og Drysdale

Som følge af, at brudlinien er fastholdt til retningerne parallelt med eller vinkelret på liggefugerne, har bæreevnen af de svage snit et minimum. Minimum opnås når θ er lig med henholdsvis $45 + \frac{1}{2}\varphi_l$ for liggefugebrud, og $45 - \frac{1}{2}\varphi_s$ for studsfulgebrud, idet spændingerne (σ_n, τ_n) i brudlinierne da vil svare til tangentpunkterne for Mohrs cirkel og de respektive brudbetingelser. Den enaksede trykstyrke kan findes ved at sætte $\sigma_2 = 0$, se i øvrigt afsnit 1.7 og 1.8 samt [2002.1].

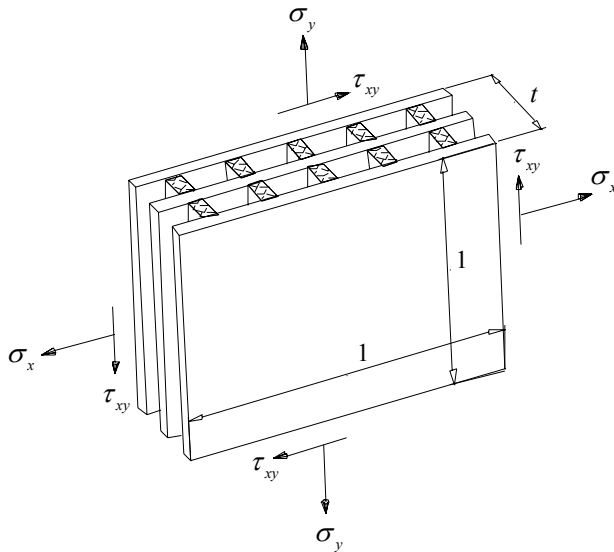
2.1.3 Ganz

Ganz opstiller i [1985.3] en flydeflade for murværk med udgangspunkt i Coulombs brudbetingelse. Den fremstillede flydeflade modificeres ved indførelse af afskæringer svarende til brud i svage snit.

Ganz betragter i første omgang udelukkende brud der involverer brud i stenene. Stenene antages at følge Coulombs brudbetingelse, hvorfor flydefladen i første omgang beskrives ved en isotrop Coulombflydeflade som vist på Figur 2.8. For murværk af hulsten beskrives de anisotrope forhold ud fra betragtning af stenenes geometri. For et tværsnit som vist på Figur 2.9 antages de hvide områder at kunne optage skivepåvirkninger i form af såvel normalspændingerne σ_x og σ_y som forskydningsspændingerne τ_{xy} . De skraverede områder vil derimod udelukkende kunne optage spændinger σ_y vinkelret på liggefugen. Bæreevne er derfor størst vinkelret på liggefugen, hvilket tages i betragtning ved at foretage en spændingsovervejring svarende til styrkedifferencen. Fremgangsmåden bevirker, at der ikke umiddelbart kan beskrives anisotrope forhold i murværk for massive sten.



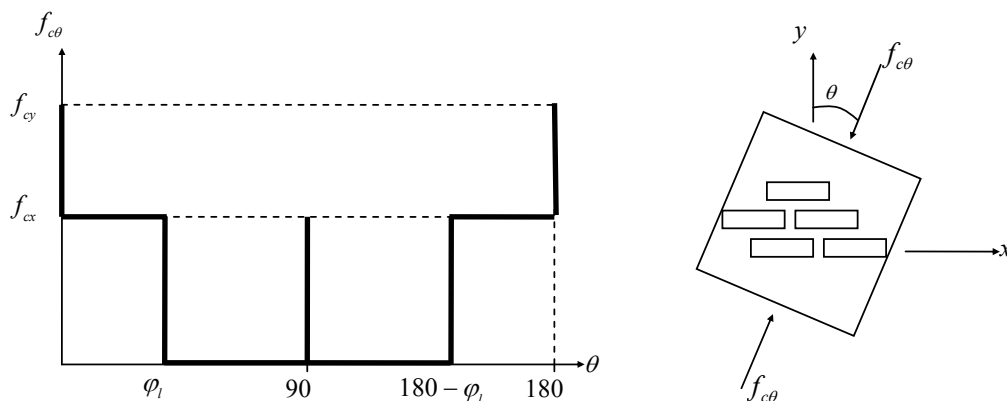
Figur 2.8 Grundlæggende flydebetingelse svarende til brud i sten, Ganz



Figur 2.9 Hensyntagen til anisotropi i murværk af hulsten

For armeret murværk findes flydefladen ved at overlejlre med spændingstilstande svarende til den ekstra bæreevne, som armeringen repræsenterer. I begge tilfælde modificeres flydefladen ved hensyntagen til brud i svage snit. Der undersøges liggefugebrud og studsugebrud samt brud i trappelinier – se afsnit 1.1.1.1.

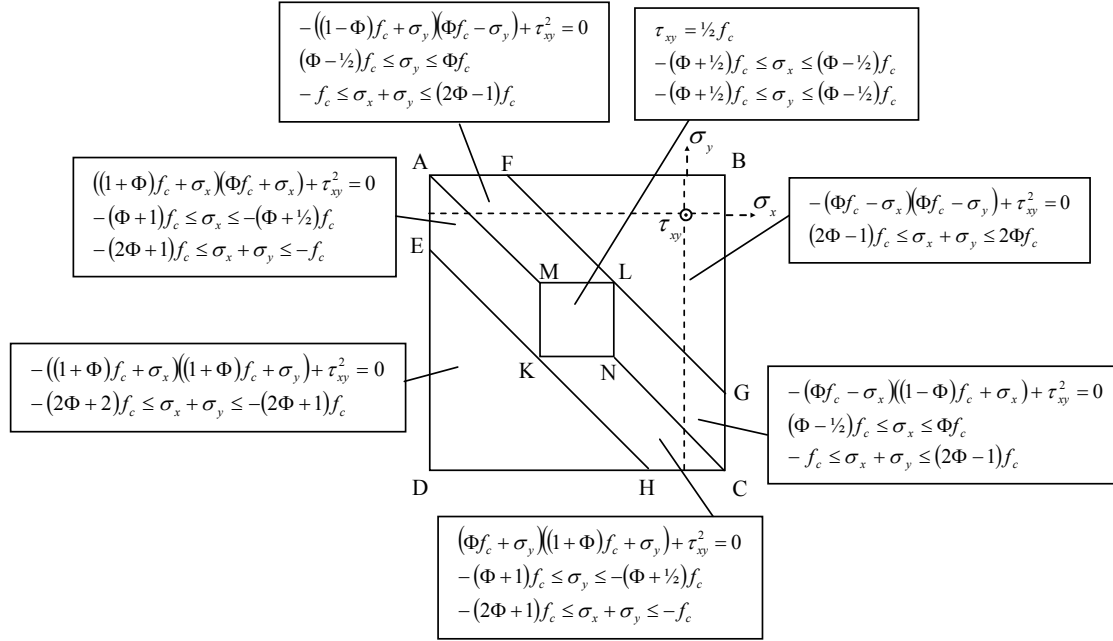
Tages der hensyn til stenenes trækstyrke består Ganz's flydeflade for uarmeret murværk af 12 flader. Sættes trækstyrken derimod lig med nul, bliver antallet af flader reduceret til 5. Flydefladen for murværk med trækstyrken nul men med armering består af 7 flader. Komplexiteten afhænger således meget af under hvilke forudsætninger flydefladen konstrueres. En forenklet udgave af flydefladen er – til bestemmelse af den enaksede trykstyrke under en vilkårlig vinkel θ i forhold til liggefugen – medtaget i den schweiziske norm for murværkskonstruktioner. Trækstyrken såvel som kohæsionen af liggefugerne er sat lig med nul, hvorved den enaksede trykstyrke som funktion af θ får et forløb som vist på Figur 2.10.



Figur 2.10: Flydeflade optaget i den schweiziske murværksnorm

2.2 Betonflydefladen

Flydefladen for isotropt armerede betonskiver med ortogonal armering består i et $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ -koordinatsystem af 7 flader [1998.1]. x - og y -akserne er sammenfaldende med armeringsretningerne. σ_x og σ_y er normalspændingerne i snit vinkelret på henholdsvis x - og y -aksen, og τ_{xy} er de tilhørende forskydningsspændinger. Fladerne og deres afgrænsningsområder er gengivet på Figur 2.11. Her er f_c og Φ henholdsvis betonens trykstyrke og den isotrope armeringsgrad. Spændingerne σ_x og σ_y regnes positive som træk.



Figur 2.11: Flydeflade for isotrop betonskive med ortogonal armering

Flydefladen svarende til det ortotrope tilfælde $\Phi = \Phi_x \neq \Phi_y$ findes ud fra det isotrope tilfælde ved at overlejlre normalspændingerne med en spændingstilstand svarende til differensen i armeringsgraden. Kan den isotrope skive således bære normalspændingerne σ_x og σ_y når armeringen er påvirket til træk, da kan den ortotrope skive bære spændingerne

$$\sigma_x' = \sigma_x \quad (2.2.1)$$

$$\sigma_y' = \sigma_y - (\Phi_x - \Phi_y)f_c \quad (2.2.2)$$

$$\tau_{xy}' = \tau_{xy} \quad (2.2.3)$$

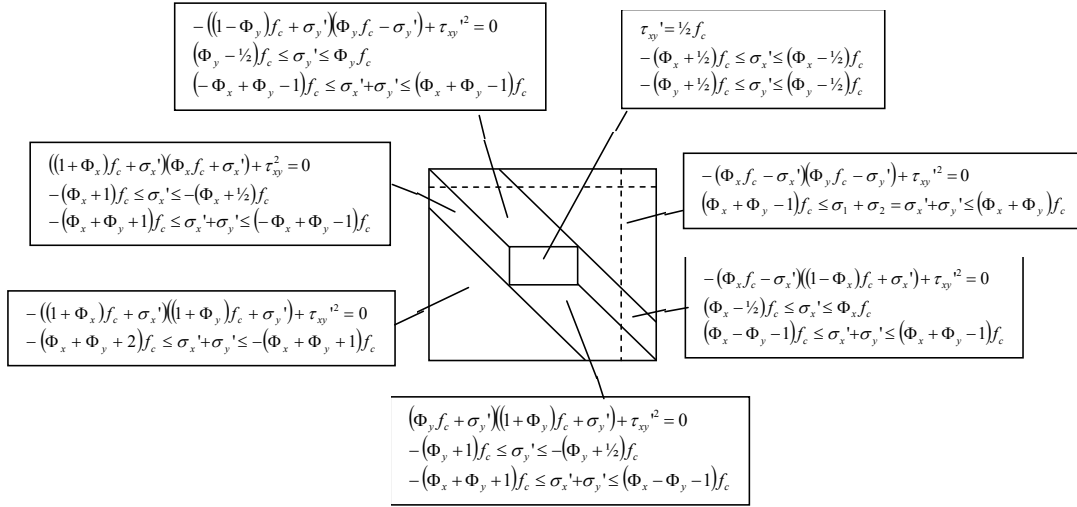
Tilsvarende kan – når armeringen er påvirket til tryk – den ortotrope skive bære spændingerne

$$\sigma_x' = \sigma_x \quad (2.2.4)$$

$$\sigma_y' = \sigma_y + (\Phi_x - \Phi_y)f_c \quad (2.2.5)$$

$$\tau_{xy}' = \tau_{xy} \quad (2.2.6)$$

Det findes, at den ortotrope flydeflade udgøres af de 7 flader vist på Figur 2.12.



Figur 2.12: Flydebetingelser for ortotrop betonskive med ortogonal armering

Under antagelse af små armeringsgrader, kan flydebetingelsen for armerede betonskiver med ortogonal armering tilnærmet udtrykkes ved [1998.1]:

$$\tau_{xy}^2 - (f_{tx} - \sigma_x)(f_{ty} - \sigma_y) = 0 \quad (2.2.7)$$

$$\tau_{xy}^2 - (f_{cx} + \sigma_x)(f_{cy} + \sigma_y) = 0 \quad (2.2.8)$$

Betegnelserne $f_{cx} = (1 + \Phi_x)f_c$ og $f_{cy} = (1 + \Phi_y)f_c$ samt $f_{tx} = \Phi_x f_c$ og $f_{ty} = \Phi_y f_c$ er indført for tryk- og trækstyrkerne efter henholdsvis x - og y -aksens retning. Desuden er mærket ' fjernet fra de ortotrope spændinger. (2.2.7) og (2.2.8) beskriver to kegleflader, der er gyldige i områderne givet ved henholdsvis (2.2.9) og (2.2.10).

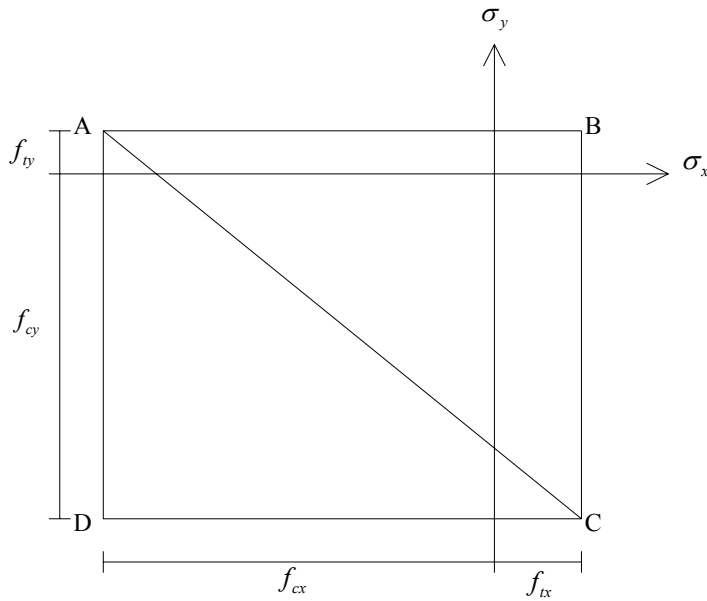
$$\sigma_y \geq -\eta\sigma_x + \eta f_{tx} - f_{cy} \quad (2.2.9)$$

$$\sigma_y \leq -\eta\sigma_x + \eta f_{tx} - f_{cy} \quad (2.2.10)$$

η – givet ved (2.2.11) – er den numeriske værdi af hældningskoefficienten til linie AC på Figur 2.13.

$$\eta = \frac{f_{cy} + f_{ty}}{f_{cx} + f_{tx}} \quad (2.2.11)$$

Den tilnærmede flydeflad er i σ_x, σ_y -planen vist på Figur 2.13. Kravet (2.2.9) udtrykker, at (2.2.7) er gældende for området ABC, der ligger over linien AC. Tilsvarende udtrykker (2.2.10), at (2.2.8) er gældende for området CDA, der ligger under linien AC.



Figur 2.13: Flydeflade for ortotrop betonskive med ortogonal armering. For betonskiver med små armeringsgrader er f_{cx} og f_{cy} tilnærmet lig med betonens trykstyrke f_c

2.3 Opstilling af flydefladen for murværk

Som omtalt tidligere ønskes flydefladen for murværk konstrueret med udgangspunkt i betragtningerne anvendt ved opstilling af flydefladen for armerede betonskiver. Flydefladen opstilles for det ortotrope tilfælde, idet såvel tryk- som trækstyrkerne af murværk kan være forskellige i retningerne henholdsvis vinkelret på og parallelt med liggefugerne.

2.3.1 Flydeflade med udgangspunkt i den tilnærmede betonflydeflade

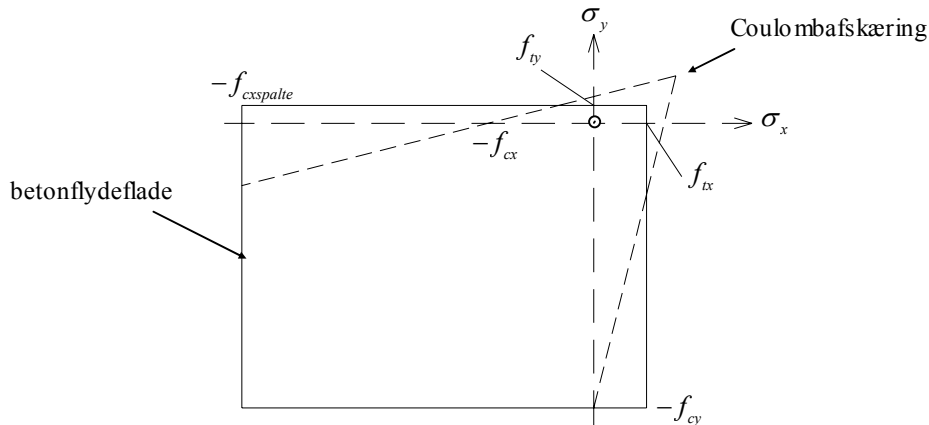
I første omgang er det undersøgt, om der med udgangspunkt i flydefladen for ortotrope skiver af beton, kan opstilles en flydeflade for murværk, som kan beskrive resultaterne rapporteret af Page m.fl.. Det vil sige, at det er forsøgt at opstille en flydeflade, der kan gengive den store forskel på den enaksede trykstyrke parallelt med liggefugerne, og styrken svarende til spaltebrud (se afsnit 2.1.1).

Flydefladen givet ved (2.2.7) og (2.2.8) anvendes til beskrivelse af yderområderne svarende til de maksimale træk og trykstyrker i x - og y -retningen. I stedet for den enaksede trykstyrke f_{cx} indsættes en styrke $f_{cxspalte}$ svarende til styrken at et spaltebrud. Flydefladen er da givet ved

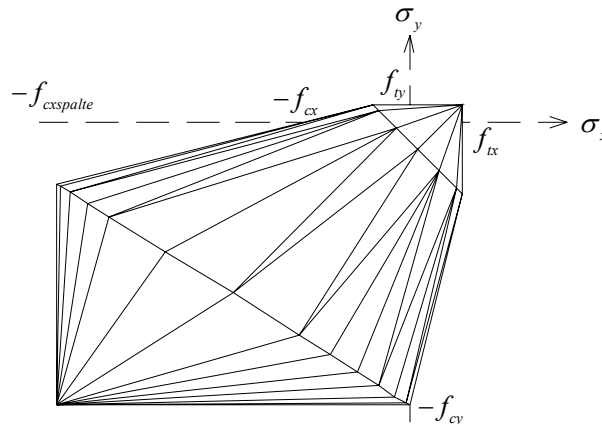
$$-(f_{tx} - \sigma_x)(f_{ty} - \sigma_y) + \tau_{xy}^2 = 0 \quad (2.3.1)$$

$$-(f_{cxspalte} + \sigma_x)(f_{cy} + \sigma_y) + \tau_{xy}^2 = 0 \quad (2.3.2)$$

Dernæst indføres en afskæring i form af en tredje kegleflade der tænkes konstrueret med udgangspunkt i flydefladen for et Coulombmateriale. Denne tredje kegle må opfattes som en ren empirisk modificering. Keglen bestemmes således, at den netop skærer σ_x -aksen i punktet svarende til den enaksede trykstyrke f_{cx} . f_{cx} er (i overensstemmelse med Page) defineret, som styrken svarende til dannelse af revner i liggefugerne. Den principielle opbygning af flydefladen er i σ_x, σ_y -planen svarende til $\tau_{xy} = 0$ vist på Figur 2.14 og den resulterende flydeflade er vist på Figur 2.15.



Figur 2.14: Principiel opbygning af flydeflade for murværk i σ_x, σ_y -planen svarende til $\tau_{xy} = 0$



Figur 2.15: Flydeflade for murværk beskrevet ved betonflydefladen og Coulombafskæring i σ_x, σ_y -planen

Flydefladen for et Coulombmateriale er givet ved

$$-\frac{1}{(k+1)^2} (f_c - k\sigma_x + \sigma_y) (f_c + \sigma_x - k\sigma_y) + \tau_{xy}^2 = 0 \quad (2.3.3)$$

hvilket findes ved at udtrykke Coulombs brudbetingelse ved hovedspændingerne, og efterfølgende udtrykke hovedspændingerne ved σ_x , σ_y og τ_{xy} ved anvendelse af transformationsformlerne – se i øvrigt (2.3.17).

Afskæringen af murværksflydefladen beskrives ved (2.3.3) idet der indføres en fiktiv materialeparameter k_m svarende til et materiale med en tænkt friktionsvinkel φ_m . Ligningen (2.3.3) – der gælder for et isotropt materiale – modificeres herefter ved indførelse af f_{cx} og f_{cy} under den forudsætning, at afskæringen skal gå gennem punkterne $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) = (0, -f_{cy}, 0)$ og $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) = (-f_{cx}, 0, 0)$. Det findes heraf, at afskæringen får formen

$$-\frac{1}{(k_m + 1)^2} (f_{cy} - k_m \sigma_x + \sigma_y) (f_{cx} + \sigma_x - k_m \sigma_y) + \tau_{xy}^2 = 0 \quad (2.3.4)$$

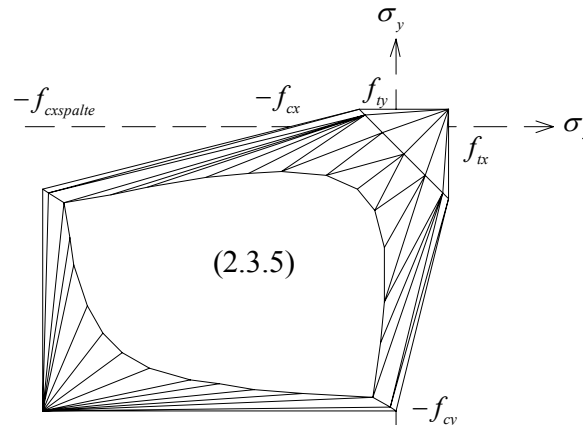
Ved sammenligning med forsøg af Page m.fl. – se afsnit 2.4.1 – har det vist sig nødvendigt – udover Coulombafskæringen – at indføre en afskæring svarende til en maksimalt tilladelig forskydningsspænding. For et Coulomb materiale er den maksimalt tilladelige forskydningsspænding lig med $\frac{1}{2}f_c$. Idet den enaksede trykstyrke ikke er defineret svarende til den endelige brudtilstand, forekommer det rimeligt at foreslå kravet

$$\tau_{xy} \leq \frac{1}{2} f_{cmid} \quad (2.3.5)$$

Her er f_{cmid} lig med middelværdien af de enaksede trykstyrker, dvs.

$$f_{cmid} = \frac{1}{2} (f_{cx} + f_{cy}) \quad (2.3.6)$$

Flydefladen efter afskæring med hensyn til maksimal forskydningsspænding er vist på Figur 2.16.

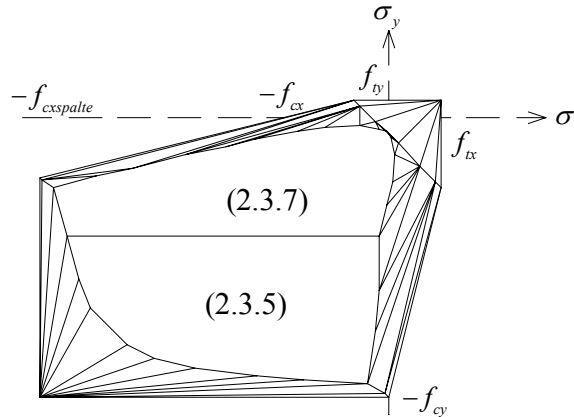


Figur 2.16: Flydefladen for murværk efter indførelse af afskæring svarende til maksimal forskydningsspænding

Denne flydeflade kan vises at give god overensstemmelse med forsøg i områder, hvor σ_x er større end σ_y . I områder hvor σ_x er mindre end σ_y opnås den bedste overensstemmelse mellem teori og forsøg ved indførelse af yderligere én afskæring svarende til liggefugebrud. Det har ikke været nødvendigt at tage hensyn til cirkelafskæringen svarende til adskillelsesbrud. Styrken af liggefugebruddet er således beskrevet ved Coulombs brudbetingelse

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{cl} \frac{1 - \sin \varphi_l}{\cos \varphi_l} - \sigma_y \tan \varphi_l \quad (2.3.7)$$

Liggefugebruddet er uafhængigt af σ_x og vil resultere i en afskæring i form af en plan parallel med σ_x -aksen. Tages hensyn til denne afskæring får flydefladen et principielt udseende som vist på Figur 2.17.



Figur 2.17: Flydefladen for murværk ved hensyntagen til brud i skillefladen mellem sten og liggefuge

Flydefladen for murværk beskrives altså ved (2.3.1), (2.3.2), (2.3.4), (2.3.5) og (2.3.7), idet forskydningsbæreevnen for en given kombination af normalspændinger findes som den mindste af værdierne givet ved de fire udtryk. Flydefladen er gældende i området

$$-f_{cxspalte} \leq \sigma_x \leq f_{tx} \quad (2.3.8)$$

$$\left. \begin{matrix} -f_{cy} \\ k_m \sigma_x - f_{cy} \end{matrix} \right\} \leq \sigma_y \leq \left\{ \begin{matrix} f_{ty} \\ \frac{1}{k_m} (\sigma_x + f_{cx}) \end{matrix} \right. \quad (2.3.9)$$

svarende til grænserne i σ_x, σ_y -planen for $\tau_{xy} = 0$.

Den beskrevne flydeflade giver ved valg af passende indgangsparametre god overensstemmelse med forsøg. For at kunne beskrive de af Page rapporterede forskelle på enaksede trykstyrker og styrker svarende til spaltebrud, er der imidlertid indført en stor grad af empiri. Overensstemmelse med de rapporterede resultater er således opnået ved at introducere en afskæring gennem en modificering af flydefladen for et Coulombmateriale. Den derved opståede afskæring er ikke i overensstemmelse med kendte flydebetingelser.

De betragtede øvreværdier for trykstyrken af murværk – se afsnit 1.3 og 1.4 – indikerer, at spaltstyrken er af samme størrelsesorden som den enaksede trykstyrke, såfremt den enaksede trykstyrke sættes lig med den endelige brudspænding i stedet for spændingen svarende til revnedannelse. Dette – sammen med det faktum, at det ikke har været muligt på tilfredsstillende vis at opstille en flydeflade, der kan tage hensyn til forskellen på den

enaksede styrke og spaltestyrken – gør, at der i det i det følgende vælges at se bort fra den af Page m.fl. rapporterede forskel mellem f_{cx} og $f_{cz,spalte}$.

For en fuldstændig forståelse af murede skivers styrke synes en nærmere undersøgelse af flydefladen at være nødvendig. I afsnit 2.3.2 opstilles flydefladen igen, idet den enaksede styrke sættes lig med den endelige brudstyrke, der som nævnt kan antages at være af samme størrelsesorden som styrken svarende til spaltebrud.

2.3.2 Generel flydeflade

Inspireret af metoderne anvendt ved udledning af betonflydefladen [1998.1] samt af arbejderne af Hamid, Drysdale og Ganz, opstilles i det følgende en flydeflade for skiver af murværk af massive sten. Som udgangspunkt opstilles en overordnet flydeflade ud fra nedreværdibetragtninger, idet en grundlæggende isotrop flydeflade overlejes med statistisk tilladelige og sikre spændingstilstande svarende til differensen mellem de isotrope materialeparametre og de faktisk forekommende tryk- og trækstyrker. Herefter indføres afskæringer for at tage hensyn til brud i svage snit.

2.3.2.1 Antagelser

Murværket betragtes som udgangspunkt som et modificeret Coulombmateriale med trækstyrke f_{tm} svarende til den mindste af trækstyrkerne henholdsvis vinkelret på eller parallelt med liggefugerne. Tilsvarende sættes trykstyrken f_{cm} lig med den mindste af styrkerne henholdsvis vinkelret på eller parallelt med liggefugerne. De ortotrope styrkeforhold tages i regning ved overlejring med spændingstilstande svarende til differensen mellem udgangsstyrkerne og de faktiske styrker. Det antages således at murværkets forbandt etablerer et indre sammenhold, der kan betragtes som en slags armering. Normalspændinger regnes positive som træk, og forskydningsspændinger regnes positive i overensstemmelse med den normale fortegnsregning – se Figur 1.35. Brudbetingelserne for det isotrope materiale er givet ved

$$\sigma_1 = f_{tm} \quad (2.3.10)$$

$$-\sigma_2 = f_{cm} \quad (2.3.11)$$

$$k_m \sigma_1 - \sigma_2 = f_{cm} \quad (2.3.12)$$

hvor σ_1 og σ_2 er henholdsvis største og mindste hovedspænding i skivens plan, og k_m er en for det isotrope materiale gældende materialeparameter. Ved anvendelse af transformationsformlerne

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.3.13)$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.3.14)$$

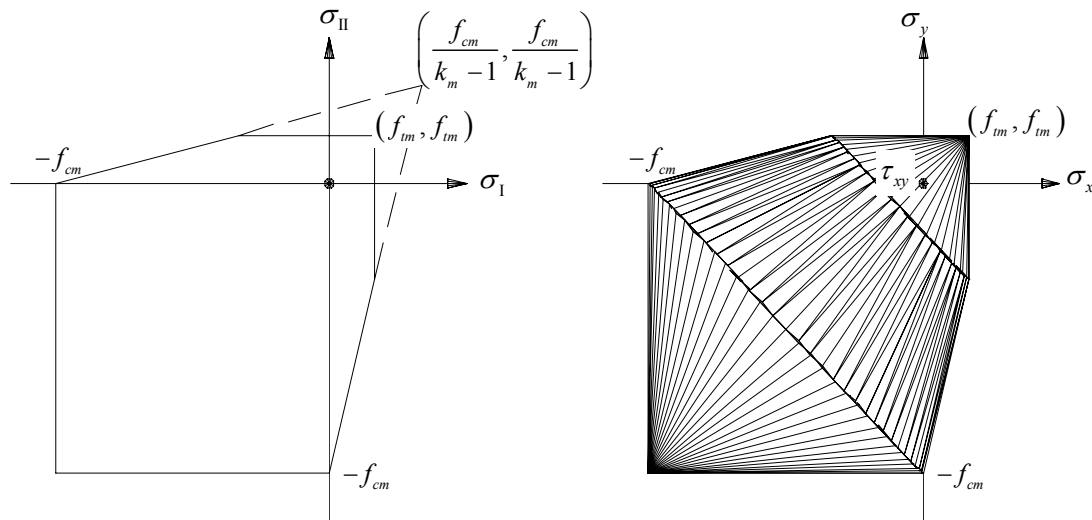
kan (2.3.10) til (2.3.12) skrives som

$$\tau_{xy}^2 - (f_{tm} - \sigma_x)(f_{tm} - \sigma_y) = 0 \quad (2.3.15)$$

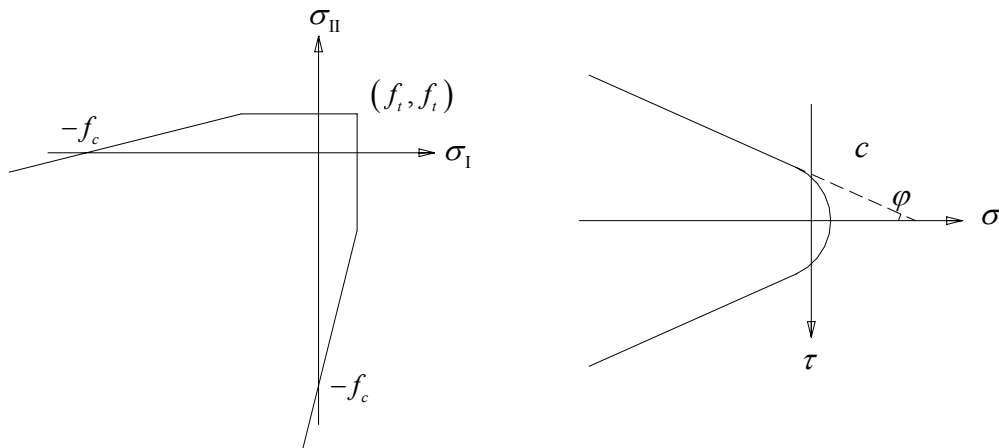
$$\tau_{xy}^2 - (f_{cm} + \sigma_x)(f_{cm} + \sigma_y) = 0 \quad (2.3.16)$$

$$\tau_{xy}^2 - \frac{1}{(1+k_m)^2} (f_{cm} - k_m \sigma_x + \sigma_y)(f_{cm} - k_m \sigma_y + \sigma_x) = 0 \quad (2.3.17)$$

(2.3.15) beskriver et trækbrud, (2.3.16) et trykbrud, og (2.3.17) et glidningsbrud¹. Brud i svage snit betragtes separat. Liggefugebrud beskrives ved Coulombs modificerede brudbetingelse, idet der som følge af brudliniens ringe udstrækning i forhold til øvrige dimensioner antages plan tøjningstilstand. Studsfugebrud og trappeliniebrud beskrives ligeledes under antagelse af plan tøjningstilstand. Brudbetingelserne for henholdsvis murværk og svage snit er vist på Figur 2.18 og Figur 2.19, hvor hovedspændingerne i skiven er betegnet σ_I og σ_{II} .



Figur 2.18: Grundlæggende isotrop flydebetingelse



Figur 2.19: Flydebetingelse for svage snit

¹Trykbruddet vil i henhold til Coulombs flydebetingelse selvfølgelig også være et glidningsbrud

2.3.2.2 Overordnet flydeflade

Der tages hensyn til murværkets ortotrope egenskaber ved at overlejlre flydebetingelserne (2.3.15) til (2.3.17) med statisk tilladelige spændingstilstande. Antages spændingstilstanden $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ at kunne optages af det isotrope materiale, da vil det ortotrope materiale med trækstyrkerne f_{tx} og f_{ty} henholdsvis parallelt med og vinkelret på liggefugerne kunne optage spændingstilstanden $(\sigma'_x, \sigma'_y, \tau'_{xy})$ givet ved

$$\sigma'_x = \sigma_x - f_{tm} + f_{tx} \quad (2.3.18)$$

$$\sigma'_y = \sigma_y - f_{tm} + f_{ty} \quad (2.3.19)$$

$$\tau'_{xy} = \tau_{xy} \quad (2.3.20)$$

Der kan altså tages hensyn til de ortotrope trækstyrker ved i (2.3.15) til (2.3.17) at foretage substitutionen (trækoverlejlring)

$$\sigma_x = \sigma'_x - (f_{tx} - f_{tm}) \quad (2.3.21)$$

$$\sigma_y = \sigma'_y - (f_{ty} - f_{tm}) \quad (2.3.22)$$

$$\tau_{xy} = \tau'_{xy} \quad (2.3.23)$$

Tilsvarende kan der tages hensyn til ortotrope trykstyrker f_{cx} og f_{cy} , ved at indføre (trykoverlejlring)

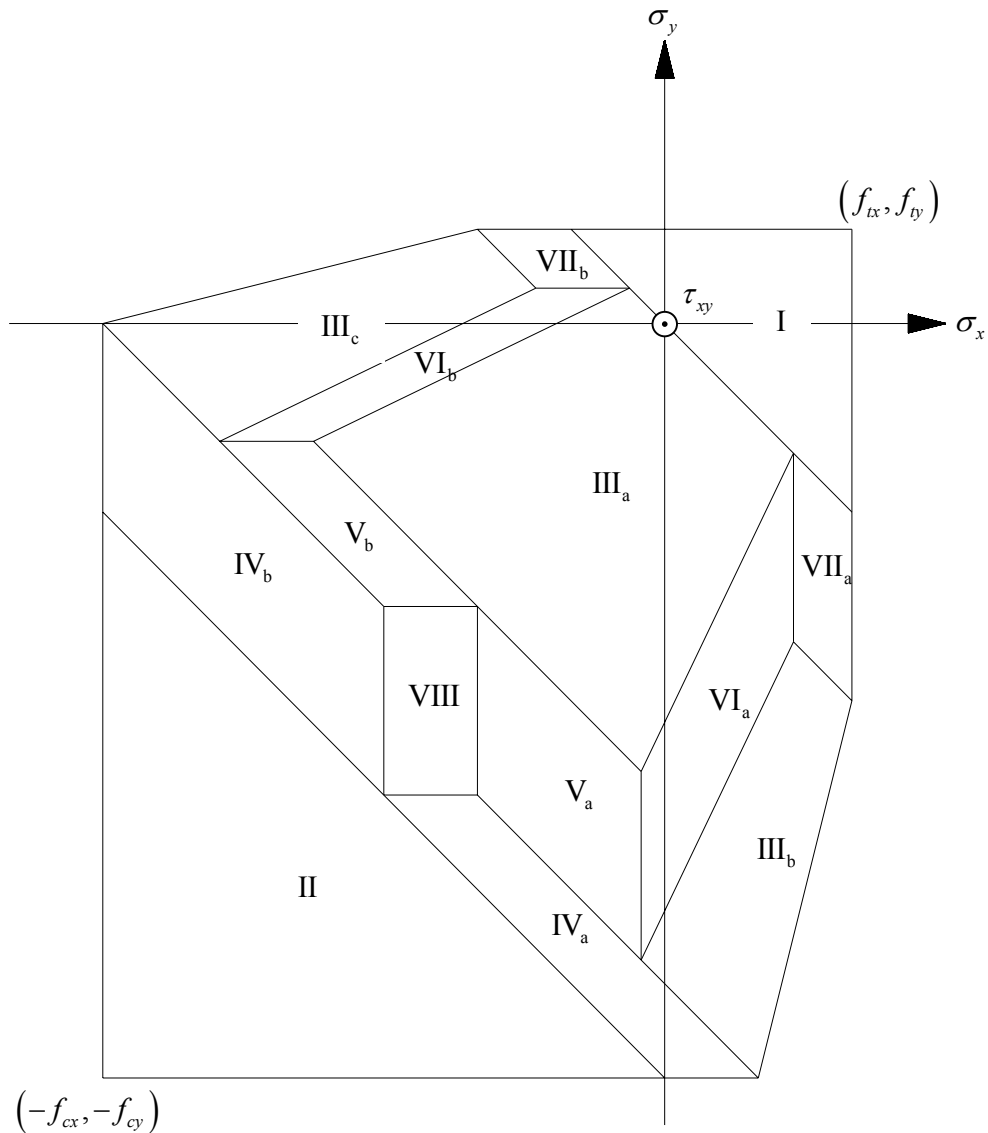
$$\sigma_x = \sigma'_x + (f_{cx} - f_{cm}) \quad (2.3.24)$$

$$\sigma_y = \sigma'_y + (f_{cy} - f_{cm}) \quad (2.3.25)$$

$$\tau_{xy} = \tau'_{xy} \quad (2.3.26)$$

I det følgende fjernes for nemheds skyld mærket fra de ortotrope spændinger. Den ortotrope flydeflade fremkommer ved at foretage substitutionerne for ethvert punkt på den isotrope flydeflade. Da der for forskydningsspændingerne gælder at $\tau_{xy} = \tau'_{xy}$, ses det, at den ortotrope flydeflade kan opfattes som den *indhylingsflade*¹ der fremkommer ved at den isotrope flydeflade translateres over området givet ved grænserne $-f_{cx} \leq \sigma_x \leq f_{tx}$ og $-f_{cy} \leq \sigma_y \leq f_{ty}$. Ved translationen fremkommer en flydeflade bestående af maksimalt 14 områder som vist på Figur 2.20. Figuren er optegnet under antagelse af, at $f_{tx} > f_{ty}$ og $f_{cx} < f_{cy}$. De på figuren anvendte betegnelser for de enkelte områder er i overensstemmelse med [2000.1], der omhandler flydefladen for revnet beton, og som resulterer i en stort set identisk flydeflade. De 14 områder fordeler sig over 5 kegleflader, 6 cylinderflader og 3 planer.

¹ Indhyllingsfladen skal opfattes som den rumlige flydeflades aftegning i rummet ved de beskrevne translationer

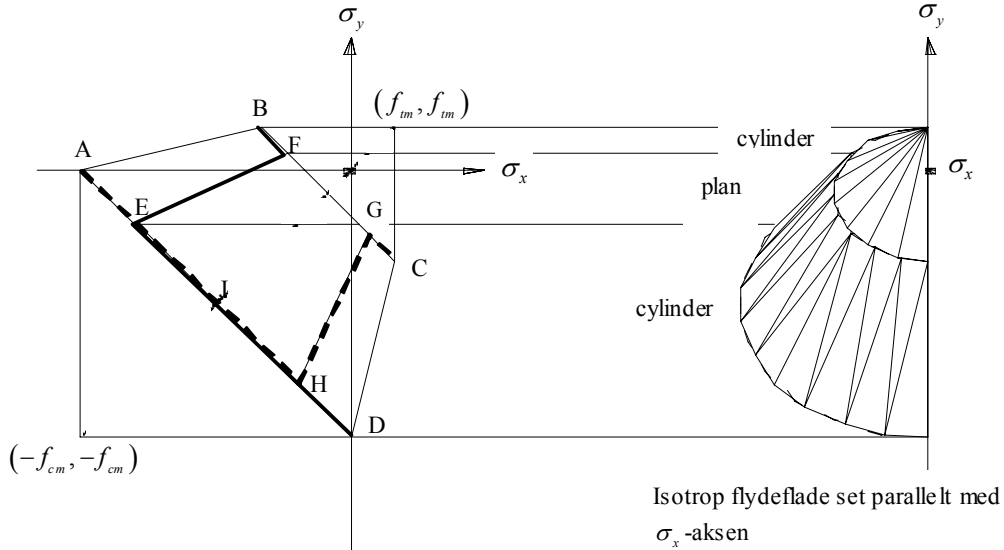


Figur 2.20: Flydeflade for murværk under hensyntagen til ortotrope styrkeforhold

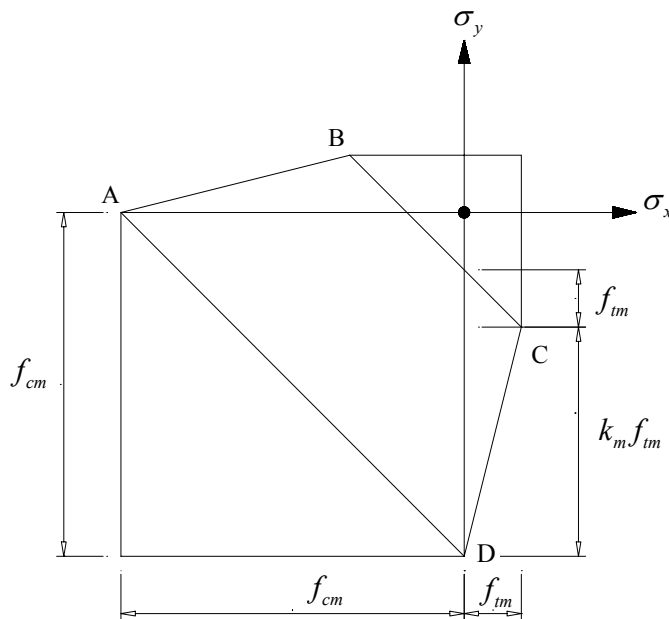
Områderne I og III_a fremkommer af (2.3.15) og (2.3.17) ved trækoverlejring, og område II fremkommer af (2.3.16) trykoverlejring. De øvrige områder fremkommer ved en kombination af træk- og trykoverlejring. Således findes område III_b af (2.3.17) ved en træk-tryk overlejring – det vil sige ved indførelse af (2.3.21) og (2.3.25) – hvorimod område III_c er resultatet af en tryk-træk overlejring – svarende til indførelse af (2.3.24) og (2.3.22) i (2.3.17). Med henblik på at bestemme de resterende flader kan det være en fordel at gøre sig overvejelser omkring hvilken indhyllingsflade, der fremkommer ved translation af den isotrope flydeflade langs henholdsvis σ_x - og σ_y -aksen.

Betragtes den isotrope flydeflade langs en linie parallel med σ_x -aksen, ses det tydeligt, at en translation i σ_x -aksens retning vil resultere i en indhyllingsflade bestående af 2 cylinderflader og 1 plan. Det samme vil gøre sig gældende ved translation langs med

σ_y -aksen. Situationen er belyst på Figur 2.21. Flydebetingelserne for de resterende områder kan findes ved at indsætte ligningerne for linierne $|AD|$, $|BC|$, $|EF|$ og $|HG|$ i udtrykkene for den isotrope flydeflade, og dernæst foretage de nødvendige overlejringer.



Figur 2.21: Translation af den isotrope flydeflade. Projektionen på σ_x, σ_y -planen af de dele af den isotrope flydeflade, der danner indhyllingsfladen ved translation er vist ved en fed fuldt optrukket linie svarende til translation langs med σ_x -aksen og en fed stiple linie svarende til translation langs med σ_y -aksen



Figur 2.22: Bestemmelse af linierne $|AD|$ og $|BC|$

Et udtryk for linierne $|AD|$ og $|BC|$ kan let findes ved betragtning af Figur 2.22. $|AD|$ ses at kunne beskrives ved (2.3.27), og idet hældningen af $|DC|$ i henhold til Coulombs brudbetingelse er lig med k_m , er $|BC|$ bestemt ved (2.3.28). Ligningerne for $|EF|$ og $|HG|$ kan findes ved optimering af (2.3.17) med hensyn til henholdsvis σ_x og σ_y , idet linierne netop angiver de værdier af σ_x og σ_y der giver den maksimale forskydningsbæreevne under fastholdt σ_y henholdsvis σ_x . Alternativt kan problemet løses geometrisk, idet det kan vises, at den maksimale forskydningsbæreevne svarende til fastholdt σ_y findes for den σ_x -værdi, der ligger midt mellem linierne $|AB|$ og $|DC|$ – se Figur 2.23. Tilsvarende betragtninger gør sig gældende for fastholdt σ_x . $|EF|$ er givet ved (2.3.29) og $|HG|$ ved (2.3.30).

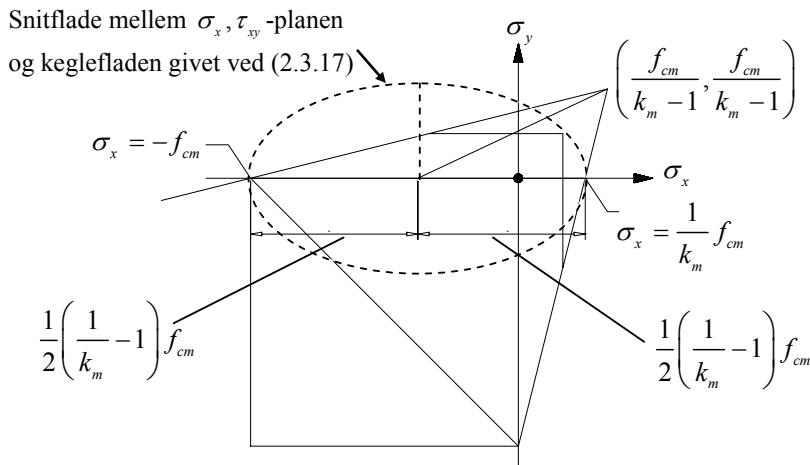
$$|AD|: \quad \sigma_y = -\sigma_x - f_{cm} \quad (2.3.27)$$

$$|BC|: \quad \sigma_y = -\sigma_x - f_{cm} + (1 + k_m) f_{tm} \quad (2.3.28)$$

$$|EF|: \quad \sigma_y = \frac{2k_m}{k_m^2 + 1} \sigma_x + \frac{k_m - 1}{k_m^2 + 1} f_{cm} \quad (2.3.29)$$

$$|HG|: \quad \sigma_y = \frac{k_m^2 + 1}{2k_m} \sigma_x - \frac{k_m - 1}{2k_m} f_{cm} \quad (2.3.30)$$

Det findes, at den ortotrope flydebetingelse overordnet kan beskrives ved (2.3.31) til (2.3.44). En rumlig afbildning af flydefladen er vist på Figur 2.24.



Figur 2.23: Bestemmelse af linien $|EF|$. Snitfladen mellem σ_x, τ_{xy} -planen og keglefladen givet ved (2.3.17) er drejet ned i σ_x, σ_y -planen. Den maksimale τ_{xy} -værdi ses at svare til punktet midt imellem punkterne $\sigma_x = -f_{cm}$ og $\sigma_x = f_{cm}/k_m$. Linien $|HG|$ kan bestemmes ud fra lignende betragtninger

$$\text{I:} \quad \tau_{xy}^2 - (f_{tx} - \sigma_x)(f_{ty} - \sigma_y) = 0 \quad (2.3.31)$$

$$\text{II:} \quad \tau_{xy}^2 - (f_{cx} + \sigma_x)(f_{cy} + \sigma_y) = 0 \quad (2.3.32)$$

$$\begin{aligned} \text{III}_a: \quad & \tau_{xy}^2 - \frac{1}{(1+k_m)^2} \left(-k_m \sigma_x + k_m (f_{tx} - f_{tm}) + f_{cm} + \sigma_y - (f_{ty} - f_{tm}) \right) \cdot \\ & \left(-k_m \sigma_y + k_m (f_{ty} - f_{tm}) + f_{cm} + \sigma_x - (f_{tx} - f_{tm}) \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.3.33)$$

$$\begin{aligned} \text{III}_b: \quad & \tau_{xy}^2 - \frac{1}{(1+k_m)^2} \left(-k_m \sigma_x + k_m (f_{tx} - f_{tm}) + f_{cm} + \sigma_y + (f_{cy} - f_{cm}) \right) \cdot \\ & \left(-k_m \sigma_y - k_m (f_{cy} - f_{cm}) + f_{cm} + \sigma_x - (f_{tx} - f_{tm}) \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.3.34)$$

$$\begin{aligned} \text{III}_c: \quad & \tau_{xy}^2 - \frac{1}{(1+k_m)^2} \left(-k_m \sigma_x - k_m (f_{cx} - f_{cm}) + f_{cm} + \sigma_y - (f_{ty} - f_{tm}) \right) \cdot \\ & \left(-k_m \sigma_y + k_m (f_{ty} - f_{tm}) + f_{cm} + \sigma_x + (f_{cx} - f_{cm}) \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.3.35)$$

$$\text{IV}_a: \quad \tau_{xy}^2 + (\sigma_y + (f_{cy} - f_{cm}))(\sigma_y + f_{cy}) = 0 \quad (2.3.36)$$

$$\text{IV}_b: \quad \tau_{xy}^2 + (\sigma_x + (f_{cx} - f_{cm}))(\sigma_x + f_{cx}) = 0 \quad (2.3.37)$$

$$\text{V}_a: \quad \tau_{xy}^2 + (\sigma_x - (f_{tx} - f_{tm}))(f_{cm} + \sigma_x - (f_{tx} - f_{tm})) = 0 \quad (2.3.38)$$

$$\text{V}_b: \quad \tau_{xy}^2 + (\sigma_y - (f_{ty} - f_{tm}))(f_{cm} + \sigma_y - (f_{ty} - f_{tm})) = 0 \quad (2.3.39)$$

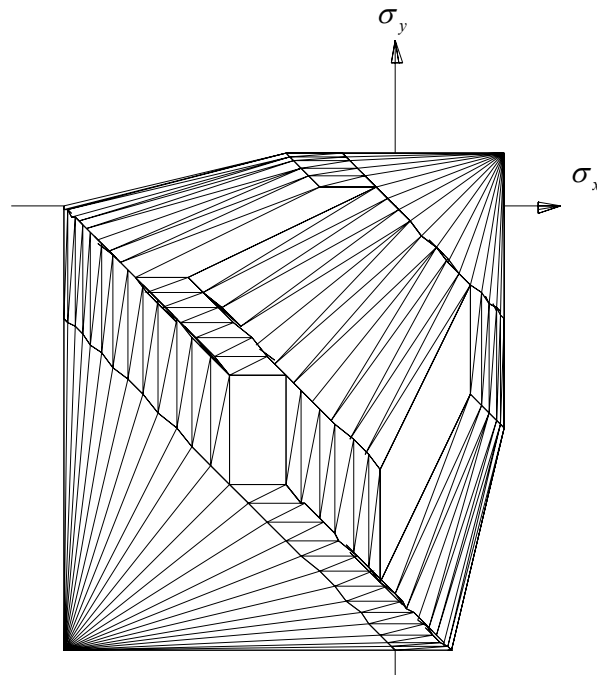
$$\text{VI}_a: \quad \tau_{xy}^2 - \frac{1}{4k_m} \left((\sigma_x - (f_{tx} - f_{tm}))(k_m - 1) - f_{cm} \right)^2 = 0 \quad (2.3.40)$$

$$\text{VI}_b: \quad \tau_{xy}^2 - \frac{1}{4k_m} \left((\sigma_y - (f_{ty} - f_{tm}))(k_m - 1) - f_{cm} \right)^2 = 0 \quad (2.3.41)$$

$$\text{VII}_a: \quad \tau_{xy}^2 - (f_{tx} - \sigma_x)(\sigma_x - (f_{tx} - f_{tm}) + f_{cm} - k_m f_{tm}) = 0 \quad (2.3.42)$$

$$\text{VII}_b: \quad \tau_{xy}^2 - (\sigma_y - (f_{ty} - f_{tm}) + f_{cm} - k_m f_{tm})(f_{ty} - \sigma_y) = 0 \quad (2.3.43)$$

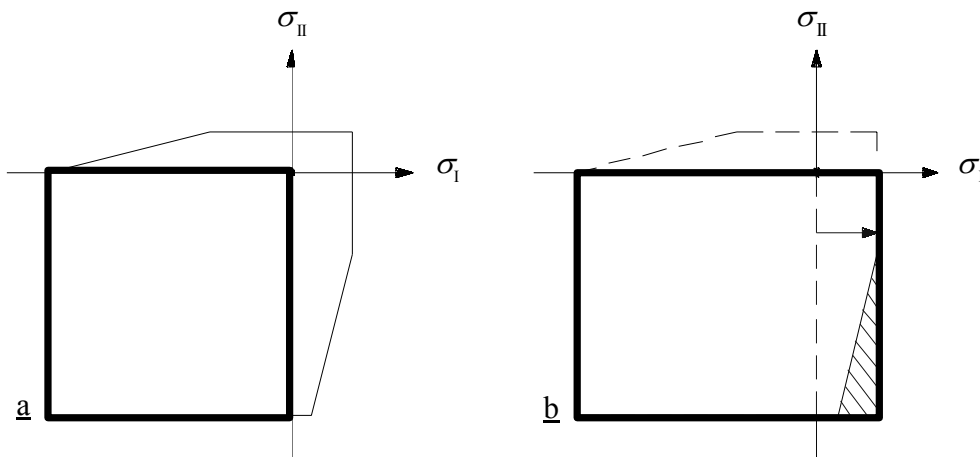
$$\text{VIII:} \quad \tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{cm} \quad (2.3.44)$$



Figur 2.24: Overordnet ortotrop flydeflade for murværk. Rumlig afbildning set i τ_{xy} -retningen ned på σ_x, σ_y -planen. Plane flader fremstår uskraverede

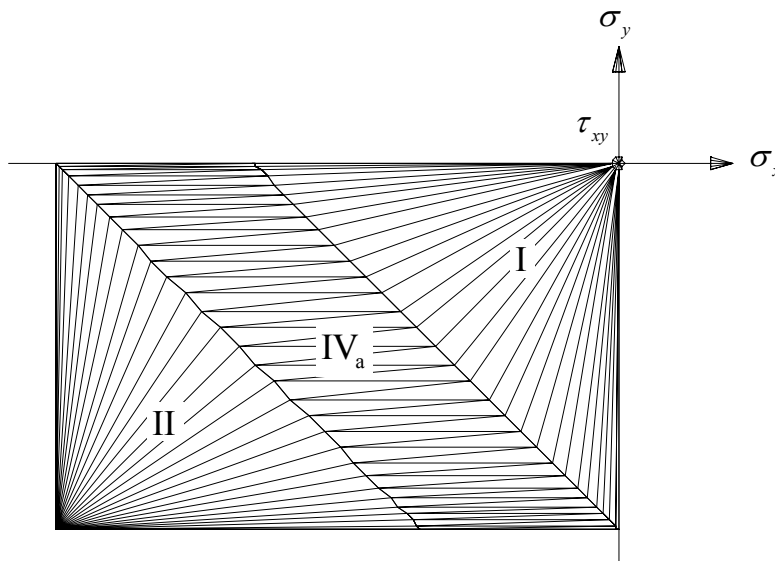
2.3.2.3 Valg af grundlæggende trækstyrke

Som følge af flydefladens konstruktion kan en lille trækstyrke f_{tm} resultere i bæreevner på den usikre side, når den grundlæggende isotrope flydeflade efterfølgende translateres. Situationen belyses nemt ved at betragte Figur 2.25 hvor flydefladen er vist i hovedspændingsplanen. Det ønskes at beskrive den virkelige flydeflade vist på Figur 2.25 a. På den sikre side vælges det at sætte den grundlæggende enaksede trækstyrke lig med nul. Den grundlæggende isotrope flydeflade bliver derfor et kvadrat. Der tages efterfølgende hensyn til trækstyrken parallelt med liggefugerne ved at foretage en spændingsoverlejring svarende til trækstyrken f_{tx} . Dette svarer til en translation af den isotrope flydeflade. Ved denne translation ses det, at flydefladen bevæger sig uden for den virkelige flydeflade, hvorfor den teoretiske bæreevne vil være på den usikre side – se Figur 2.25 b.



Figur 2.25: Resulterende flydeflade på den usikre side som følge af valg af f_{tm} på den sikre side

Problematikken omkring valg af trækstyrken f_{tm} er kun aktuel i tilfælde hvor den grundlæggende isotrope flydeflade overlejes med trækspændinger. Det vil derfor altid være på den sikre side at vælge små værdier af f_{tm} , hvis der regnes med samme trækstyrke parallelt med og vinkelret på liggefugerne. Flydefladen bliver i tilfældet $f_{tx} = f_{ty} = 0$ stærkt forenklet. I dette tilfælde kan den beskrives ud fra fladerne I, II og henholdsvis IV_a hvis $f_{cx} > f_{cy}$ eller IV_b hvis $f_{cx} < f_{cy}$. Situationen er for $f_{cx} > f_{cy}$ vist på Figur 2.26.



Figur 2.26: Flydeflade for $f_{tx} = f_{ty} = 0$ og $f_{cx} > f_{cy}$

2.3.2.4 Hensyntagen til svage snit

Som nævnt er det nødvendigt at tage særligt hensyn til brud i svage snit. Der tænkes således indført afskæringer til beskrivelse af brud hvor brudlinien primært løber i fugerne eller i skillefladen mellem fuge og sten. Der skelnes ikke mellem brud der rent faktisk forekommer i fugen, og brud der forekommer i skillefladen mellem sten og fuge. Det skal blot bemærkes, at sidstnævnte oftest vil forekomme ved anvendelse af traditionelle mørtler. Moderne funktionsmørtler kan muligvis give andre tendenser.

Problematikken omkring svage snit er behandlet i afsnittene 1.7 og 1.8. Det er fundet, at styrken svarende til liggefugebrud er givet ved (1.7.3)

$$\text{IX:} \quad \tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{cl} \frac{1 - \sin \alpha_l}{\cos \alpha_l} - \sigma_y \tan \alpha_l \quad (2.3.45)$$

hvor optimerede værdier af α_l , for $-f_{cl} \leq \sigma_y \leq 0$, bestemmes af (1.7.4).

$$\alpha_l = \text{Arcsin} \left(2 \frac{\sigma_y}{f_{cl}} + 1 \right) \geq \varphi_l \quad (2.3.46)$$

For spændinger $\sigma_y < -f_{cl}$ er α_l lig med φ_l . Spændinger σ_y større end nul kan ikke optages.

Styrken svarende til studsugebrud er givet ved (1.7.10)

$$\text{X:} \quad \tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{cs} \frac{l_s - m_s \sin \alpha_e}{\cos \alpha_e} \xi + \frac{1}{2} f_{ce} \frac{1 - \sin \alpha_e}{\cos \alpha_e} (1 - \xi) - \sigma_x \tan \alpha_e \quad (2.3.47)$$

hvor $\xi = A_s / A_{tot}$ er forholdet mellem stenarealet og det samlede areal af den betragtede brudlinie. l_s og m_s , der tager hensyn til stenenes trækstyrke, er givet ved

$$l_s = 1 - 2 \frac{f_{ts}}{f_{cs}} \frac{\sin \varphi_s}{1 - \sin \varphi_s}, \quad m_s = 1 - 2 \frac{f_{ts}}{f_{cs}} \frac{1}{1 - \sin \varphi_s} \quad (2.3.48)$$

Optimerede værdier af α_e kan, for $-1/2 f_{cs} \xi (l_s + m_s) - f_{ce} (1 - \xi) \leq \sigma_x \leq 1/2 f_{cs} \xi (l_s - m_s)$, bestemmes af

$$\alpha_e = \text{Arcsin} \left(\frac{\sigma_x + \frac{1}{2} f_{cs} \xi m_s + \frac{1}{2} f_{ce} (1 - \xi)}{\frac{1}{2} f_{cs} \xi l_s + \frac{1}{2} f_{ce} (1 - \xi)} \right) \geq \text{maks}(\varphi_s, \varphi_e) \quad (2.3.49)$$

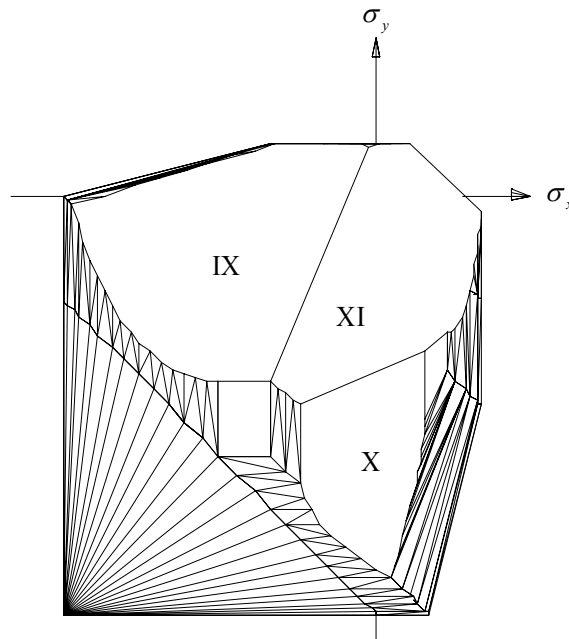
For spændinger $\sigma_x < -1/2 f_{cs} \xi (l_s + m_s) - f_{ce} (1 - \xi)$ er α_e lig med $\text{maks}(\varphi_s, \varphi_e)$. Spændinger σ_x større end $1/2 f_{cs} \xi (l_s - m_s)$ kan ikke optages.

Endelig er styrken svarende til trappeliniebrud givet ved (1.7.15)

$$\text{XI: } \tau_{xy} = \frac{\frac{1}{2} f_{cl} \cos \omega (1 - \sin \alpha_l) + \frac{1}{2} f_{ce} \sin \omega (1 - \cos \alpha_l) - \sigma_x \sin \omega \cos \alpha_l - \sigma_y \cos \omega \sin \alpha_l}{\cos \omega \cos \alpha_l + \sin \omega \sin \alpha_l} \quad (2.3.50)$$

hvor ω sættes lig med ω_{maks} . Styrken svarende til trappeliniebruddet optimeres numerisk med hensyn til α_l . For $f_{cl} = f_{ce}$ i størrelsesordenen 1 MPa og $\varphi_l = \varphi_e = 30^\circ$ kan α_l tilnærmet sættes lig med φ_l . I andre tilfælde kan der opnås en god tilnærmelse til den optimerede løsning ved yderligere at bestemme styrken svarende til $\alpha_l = \alpha_{l,\text{middel}}$ og $\alpha_l = \alpha_{l,\text{maks}}$, jævnfør afsnit 1.7.3.

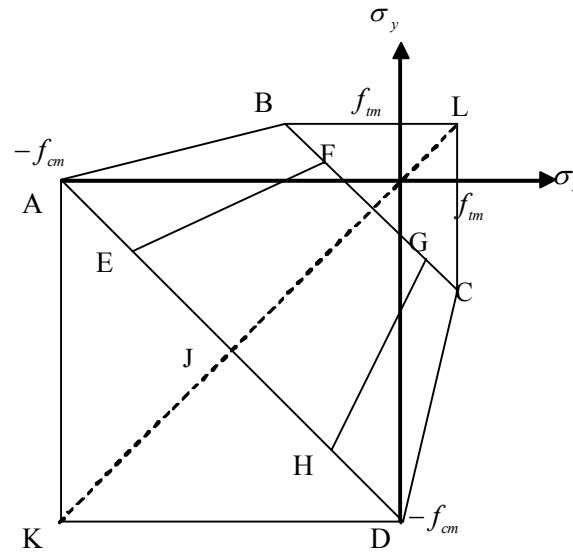
Brudbetingelserne svarende til de svage snit vil alt efter materialeegenskaberne resultere i større eller mindre indhug i flydefladen – eventuelt slet ingen. Det principielle udseende af flydefladen under hensyn til de svage snit er vist på Figur 2.27.



Figur 2.27: Principielt udseende af flydefladen under hensyntagen til svage snit

2.3.2.5 Afgrænsninger

Hvilke flader på den overordnede flydeflade, der er gældende inden for de forskellige områder i σ_x, σ_y -planen kan bestemmes ud fra kendskab til linierne og punkterne vist på Figur 2.28.



Figur 2.28: Linier til bestemmelse af flydefladens afgrænsninger

Som eksempel betragtes område VI_a – se Figur 2.29. Dette områdes afgrænsninger $|ab|$ og $|dc|$ fremkommer af linien $|HG|$ ved at foretage en trækoverlejrung i σ_x -aksens retning og en træk- samt en trykoverlejrung i σ_y -aksens retning. Afgrænsningerne $|ad|$ og $|bc|$ fremkommer af punkterne H og G ved trækoverlejrung i σ_x -aksens retning. Træk og trykoverlejringerne svarer som omtalt i afsnit 2.3.2.2 til substitutionerne (2.3.21), (2.3.22) og (2.3.25), det vil sige

$$\sigma_x = \sigma'_x - (f_{tx} - f_{tm}) \quad (2.3.51)$$

$$\sigma_y = \sigma'_y - (f_{ty} - f_{tm}) \quad (2.3.52)$$

$$\sigma_y = \sigma'_y + (f_{cy} - f_{cm}) \quad (2.3.53)$$

Ligningen for linien $|HG|$ er i afsnit 2.3.2.2 fundet til

$$|HG|: \quad \sigma_y = \frac{k_m^2 + 1}{2k_m} \sigma_x - \frac{k_m - 1}{2k_m} f_{cm} \quad (2.3.54)$$

σ_x -koordinaterne til punkterne H og G kan findes som skæringspunkterne mellem $|HG|$ og linierne $|AD|$ og $|BC|$. σ_x -koordinaten σ_{xH} til punktet H er $\sigma_{xH} = -f_{cm}/(1 - k_m)$. Ved substitution svarende til trækoverlejrungen i σ_x -aksens retning (2.3.51) findes

$$\sigma_x = \frac{1}{1 + k_m} f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) \quad (2.3.55)$$

(2.3.55) er ligningen for linien $|ad|$. Område VI_a er gældende for værdier af σ_x imellem $|ad|$ og $|bc|$. Af (2.3.55) findes således kravet

$$\sigma_x \geq -\frac{1}{1+k_m} f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) \quad (2.3.56)$$

Tilsvarende findes af koordinaten $\sigma_{xG} = \frac{2k_m}{1+k_m} f_{tm} - \frac{1}{1+k_m} f_{cm}$ til punktet G

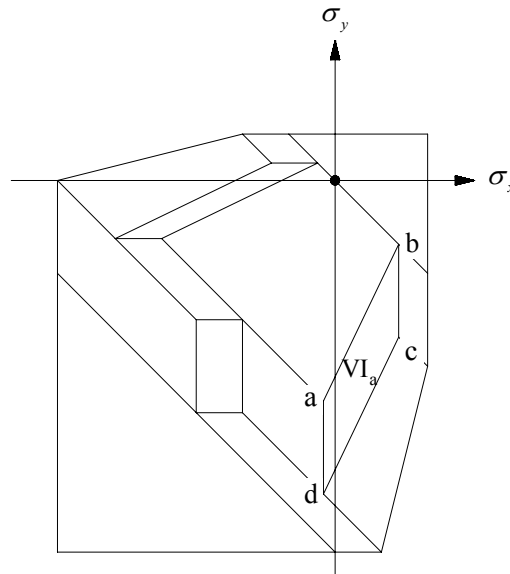
$$\sigma_x \leq \frac{2k_m}{1+k_m} f_{tm} - \frac{1}{1+k_m} f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) \quad (2.3.57)$$

Endelig har vi at VI_a gælder for værdier af σ_y imellem linierne $|ab|$ og $|dc|$. Det vil sige, at σ_y skal være mindre end den værdi der findes af (2.3.54) ved indsættelse af (2.3.51) og (2.3.52), og større end værdien der findes ved indsættelse af (2.3.51) og (2.3.53). De herved fremkomne afgrænsninger kan skrives som

$$\sigma_x \geq \frac{2k_m}{k_m^2 + 1} \sigma_y - \frac{2k_m}{k_m^2 + 1} (f_{ty} - f_{tm}) + \frac{k_m - 1}{k_m^2 + 1} f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) \quad (2.3.58)$$

$$\sigma_y \geq \frac{k_m^2 + 1}{2k_m} \sigma_x - \frac{k_m^2 + 1}{2k_m} (f_{tx} - f_{tm}) - \frac{k_m - 1}{2k_m} f_{cm} - (f_{cy} - f_{cm}) \quad (2.3.59)$$

Afgrænsningerne for de øvrige områder findes ud fra lignende betragtninger. Afgrænsningerne er bestemt ved (2.3.60) til (2.3.73).



Figur 2.29: Grænser for område VI_a

$$\begin{aligned} \text{I:} \quad & \sigma_x \leq f_{tx} \\ & \sigma_y \leq f_{ty} \end{aligned} \quad (2.3.60)$$

$$(k_m + 1)f_{tm} - f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) + (f_{ty} - f_{tm}) \leq \sigma_x + \sigma_y \leq f_{tx} + f_{ty}$$

$$\begin{aligned} \text{II:} \quad & -f_{cx} \leq \sigma_x \\ & -f_{cy} \leq \sigma_y \\ & -f_{cx} - f_{cy} \leq \sigma_x + \sigma_y \leq -f_{cx} - f_{cy} + f_{cm} \end{aligned} \quad (2.3.61)$$

$$\begin{aligned} \text{III}_a: \quad & \sigma_x \geq \frac{k_m^2 + 1}{2k_m} (\sigma_y - (f_{ty} - f_{tm})) - \frac{k_m - 1}{2k_m} f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) \\ & \sigma_y \geq \frac{k_m^2 + 1}{2k_m} (\sigma_x - (f_{tx} - f_{tm})) - \frac{k_m - 1}{2k_m} f_{cm} + (f_{ty} - f_{tm}) \\ & (f_{tx} - f_{tm}) + (f_{ty} - f_{tm}) - f_{cm} \leq \sigma_x + \sigma_y \leq (f_{tx} - f_{tm}) + (f_{ty} - f_{tm}) - f_{cm} + (k_m + 1)f_{tm} \end{aligned} \quad (2.3.62)$$

$$\begin{aligned} \text{III}_b: \quad & \sigma_x \geq \frac{2k_m}{k_m^2 + 1} \sigma_y + (f_{tx} - f_{tm}) + \frac{k_m - 1}{k_m^2 + 1} f_{cm} + \frac{2k_m}{k_m^2 + 1} (f_{cy} - f_{cm}) \\ & \sigma_y \geq k_m \sigma_x - k_m (f_{tx} - f_{tm}) - f_{cy} \\ & (f_{tx} - f_{tm}) - f_{cy} \leq \sigma_x + \sigma_y \leq (f_{tx} - f_{tm}) - f_{cy} + (k_m + 1)f_{tm} \end{aligned} \quad (2.3.63)$$

$$\begin{aligned} \text{III}_c: \quad & \sigma_x \geq k_m \sigma_y - k_m (f_{ty} - f_{tm}) - f_{cx} \\ & \sigma_y \geq \frac{2k_m}{k_m^2 + 1} \sigma_x + \frac{2k_m}{k_m^2 + 1} (f_{cx} - f_{cm}) + \frac{k_m - 1}{k_m^2 + 1} f_{cm} + (f_{ty} - f_{tm}) \\ & -f_{cx} + (f_{ty} - f_{tm}) \leq \sigma_x + \sigma_y \leq -f_{cx} + (f_{ty} - f_{tm}) + (k_m + 1)f_{tm} \end{aligned} \quad (2.3.64)$$

$$\begin{aligned} \text{IV}_a: \quad & -f_{cy} \leq \sigma_y \leq -f_{cy} + \frac{1}{2} f_{cm} \\ & -f_{cy} - f_{cx} + f_{cm} \leq \sigma_x + \sigma_y \leq -f_{cy} + (f_{tx} - f_{tm}) \end{aligned} \quad (2.3.65)$$

$$\begin{aligned} \text{IV}_b: \quad & -f_{cx} \leq \sigma_x \leq -f_{cx} + \frac{1}{2} f_{cm} \\ & -f_{cx} - f_{cy} + f_{cm} \leq \sigma_x + \sigma_y \leq -f_{cx} + (f_{ty} - f_{tm}) \end{aligned} \quad (2.3.66)$$

$$\begin{aligned} \text{V}_a: \quad & -\frac{1}{2} f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) \leq \sigma_x \leq \frac{1}{k_m + 1} f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) \\ & (f_{tx} - f_{tm}) - f_{cy} \leq \sigma_x + \sigma_y \leq -f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) + (f_{ty} - f_{tm}) \end{aligned} \quad (2.3.67)$$

$$V_b: \quad -\frac{1}{2}f_{cm} + (f_{ty} - f_{tm}) \leq \sigma_y \leq -\frac{1}{k_m + 1}f_{cm} + (f_{ty} - f_{tm}) \quad (2.3.68)$$

$$(f_{ty} - f_{tm}) - f_{cx} \leq \sigma_x + \sigma_y \leq -f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) + (f_{ty} - f_{tm})$$

$$VI_a: \quad -\frac{1}{k_m + 1}f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) \leq \sigma_x \leq \frac{2k_m}{k_m + 1}f_{tm} - \frac{1}{k_m + 1}f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm})$$

$$\sigma_x \geq \frac{2k_m}{k_m^2 + 1}\sigma_y - \frac{2k_m}{k_m^2 + 1}(f_{ty} - f_{tm}) + \frac{k_m - 1}{k_m^2 + 1}f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) \quad (2.3.69)$$

$$\sigma_y \geq \frac{k_m^2 + 1}{2k_m}\sigma_x - \frac{k_m^2 + 1}{2k_m}(f_{tx} - f_{tm}) - \frac{k_m - 1}{2k_m}f_{cm} - (f_{cy} - f_{tm})$$

$$VI_b: \quad -\frac{1}{k_m + 1}f_{cm} + (f_{ty} - f_{tm}) \leq \sigma_y \leq \frac{2k_m}{k_m + 1}f_{tm} - \frac{1}{k_m + 1}f_{cm} + (f_{ty} - f_{tm})$$

$$\sigma_x \geq \frac{k_m^2 + 1}{2k_m}\sigma_y - \frac{k_m^2 + 1}{2k_m}(f_{ty} - f_{tm}) - \frac{k_m - 1}{2k_m}f_{cm} - (f_{cx} - f_{cm}) \quad (2.3.70)$$

$$\sigma_y \geq \frac{2k_m}{k_m^2 + 1}\sigma_x - \frac{2k_m}{k_m^2 + 1}(f_{tx} - f_{tm}) + \frac{k_m - 1}{k_m^2 + 1}f_{cm} + (f_{ty} - f_{tm})$$

$$VII_a: \quad \frac{2k_m}{k_m + 1}f_{tm} - \frac{1}{k_m + 1}f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) \leq \sigma_x \leq f_{tx} \quad (2.3.71)$$

$$-f_{cy} + k_m f_{tm} + f_{tx} \leq \sigma_x + \sigma_y \leq -f_{cm} + (k_m + 1)f_{tm} + (f_{tx} - f_{tm}) + (f_{ty} - f_{tm})$$

$$VII_b: \quad \frac{2k_m}{k_m + 1}f_{tm} - \frac{1}{k_m + 1}f_{cm} + (f_{ty} - f_{tm}) \leq \sigma_y \leq f_{ty} \quad (2.3.72)$$

$$-f_{cx} + k_m f_{tm} + f_{ty} \leq \sigma_x + \sigma_y \leq -f_{cm} + (k_m + 1)f_{tm} + (f_{tx} - f_{tm}) + (f_{ty} - f_{tm})$$

$$VIII: \quad -f_{cx} + \frac{1}{2}f_{cm} \leq \sigma_x \leq -\frac{1}{2}f_{cm} + (f_{tx} - f_{tm}) \quad (2.3.73)$$

$$-f_{cy} + \frac{1}{2}f_{cm} \leq \sigma_y \leq -\frac{1}{2}f_{cm} + (f_{ty} - f_{tm})$$

Afgrænsningerne for de svage snit er ikke så veldefinerede, som det er tilfældet for den overordnede flydeflade. Hvorvidt fladerne svarende til de svage snit er afgørende for bæreevnen for en given spændingspåvirkning må eftervises ved udregning for hvert enkelt tilfælde.

2.3.2.6 Specielle tilfælde

I dette afsnit gives kommentarer til styrken bestemt ved flydefladen for nogle situationer, der kan tjene til en bedre forståelse af flydefladens egenskaber. Særlig interessant er den enaksede trykstyrke, der ofte vil blive anvendt i forbindelse med opstilling af nedreværdiløsninger for bæreevnen af murværk.

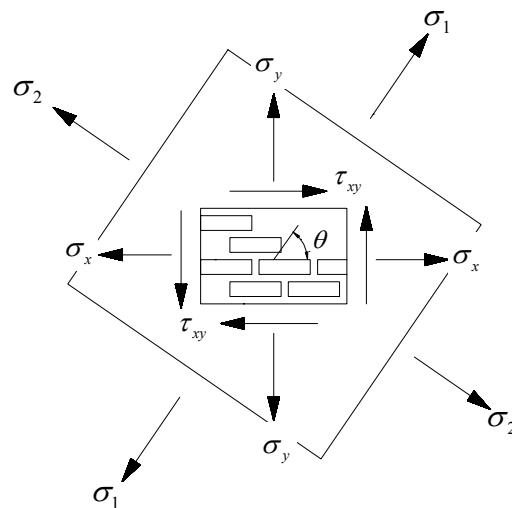
2.3.2.6.1 Styrke for fast vinkel θ

De fleste forsøgsserier udføres ved – for forskellige vinkler θ mellem hovedspændingerne og liggefugerne – at bestemme bæreevnen for forskellige forhold mellem hovedspændingerne. I tilfældet hvor θ fastholdes samtidigt med at forholdet mellem hovedspændingerne varieres, kan det vises, at afbildningen i et $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ -koordinatsystem er en vektor $(\sigma'_x, \sigma'_y, \tau'_{xy})$, der i takt med variationen af spændingsforholdet vil rotere i en plan. Anvendes fortegnssystemet vist på Figur 2.30, er transformationsformlerne givet ved

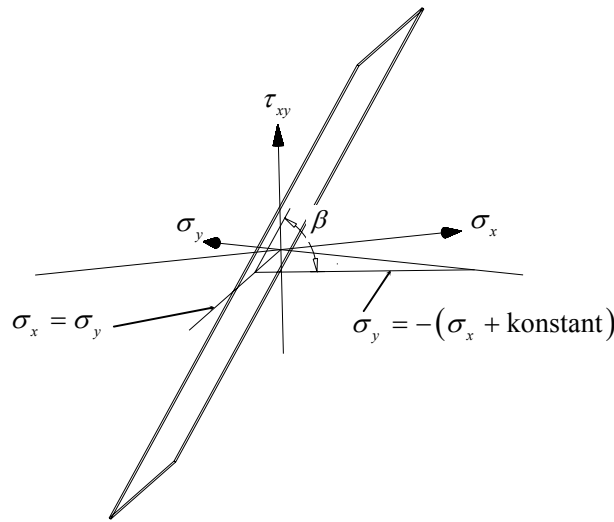
$$\sigma'_x = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\theta \quad (2.3.74)$$

$$\sigma'_y = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\theta \quad (2.3.75)$$

$$\tau'_{xy} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\sin 2\theta \quad (2.3.76)$$



Figur 2.30: Fortegn for spændinger



Figur 2.31: Skæring mellem planen svarende til fast θ og σ_x, σ_y -planen

Skal τ_{xy} være lig med nul uafhængigt af θ , må det gælde at $\sigma_1 = \sigma_2$. Indsættes dette i (2.3.74) og (2.3.75), fås at $\sigma_x = \sigma_y$, hvilket vil sige, at spændingsplanen svarende til en fast værdi af θ skærer σ_x, σ_y -planen i linien givet ved $\sigma_x = \sigma_y$. Planen er drejet vinklen $\beta = \text{Arctan}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \tan(2\theta)\right)$ i forhold til σ_x, σ_y -planen, som vist på Figur 2.31. Dette kan indses ved at betragte et punkt $(\sigma_x', \sigma_y', \tau_{xy}')$, idet det huskes, at planen skærer σ_x, σ_y -planen i linien $\sigma_x = \sigma_y$. Vinklen til σ_x, σ_y -planen kan findes ved betragtning af Figur 2.32. Størrelsen b defineres som den vinkelrette afstand fra punktet (σ_x', σ_y') til linien $\sigma_x = \sigma_y$ og er givet ved

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}} |(\sigma_x' - \sigma_y')| \quad (2.3.77)$$

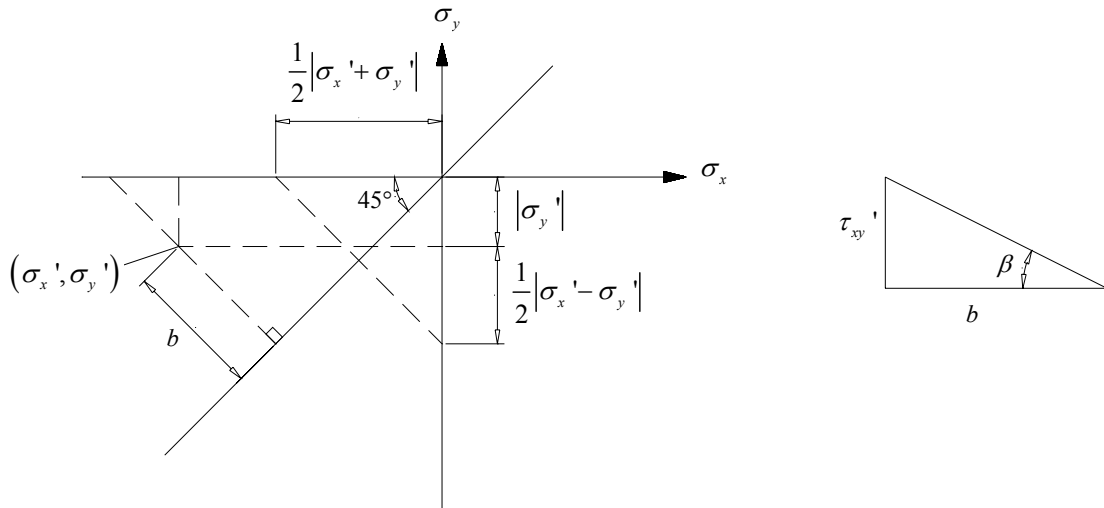
Ved anvendelse af transformationsformlerne kan $\tau_{xy}' = \tau_{xy}'$ – forudsat $\cos 2\theta \neq 0$ eller $\theta \neq 45^\circ$ – omskrives til

$$\tau_{xy}' = \frac{1}{2} (\sigma_x' - \sigma_y') \tan(2\theta) \quad (2.3.78)$$

hvorefter vinklen mellem σ_x, σ_y -planen og spændingsplanen svarende til fastholdt θ kan findes af $\tan \beta = \frac{\tau_{xy}'}{b}$.

$$\beta = \pm \text{Arctan}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \tan(2\theta)\right) \quad (2.3.79)$$

Plus er gældende for positive værdier af τ_{xy}' , og minus er gældende for negative værdier af τ_{xy}' . For $\theta = 45^\circ$ er $\sigma_x = \sigma_y$ og b lig med nul. I dette tilfælde er $\beta = 90^\circ$. At spændingsvektorerne ligger i en plan ses af, at β er konstant for fastholdt θ .



Figur 2.32: Bestemmelse af β

2.3.2.6.2 Styrke for fast forhold mellem hovedspændinger – specielt enakset tryk

For et fast forhold mellem hovedspændingerne, men varierende orientering i forhold til liggefugerne, findes det, at afbildningen i et $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ -koordinatsystem er en vektor, der frembringer til en kegleflade med toppunkt i $(0,0,0)$. Dette kan som vist af Ganz [1985.3] nemt indses for enakset tryk. Betragt for eksempel tilfældet $\sigma_1 = 0$ og $\sigma_2 = -f_{c\theta}$. $f_{c\theta}$ er den enaksede trykstyrke for en given vinkel θ . Udtrykt ved θ er transformationsformlerne givet ved

$$\sigma_x = \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_2 \sin^2 \theta \quad (2.3.80)$$

$$\sigma_y = \sigma_1 \sin^2 \theta + \sigma_2 \cos^2 \theta \quad (2.3.81)$$

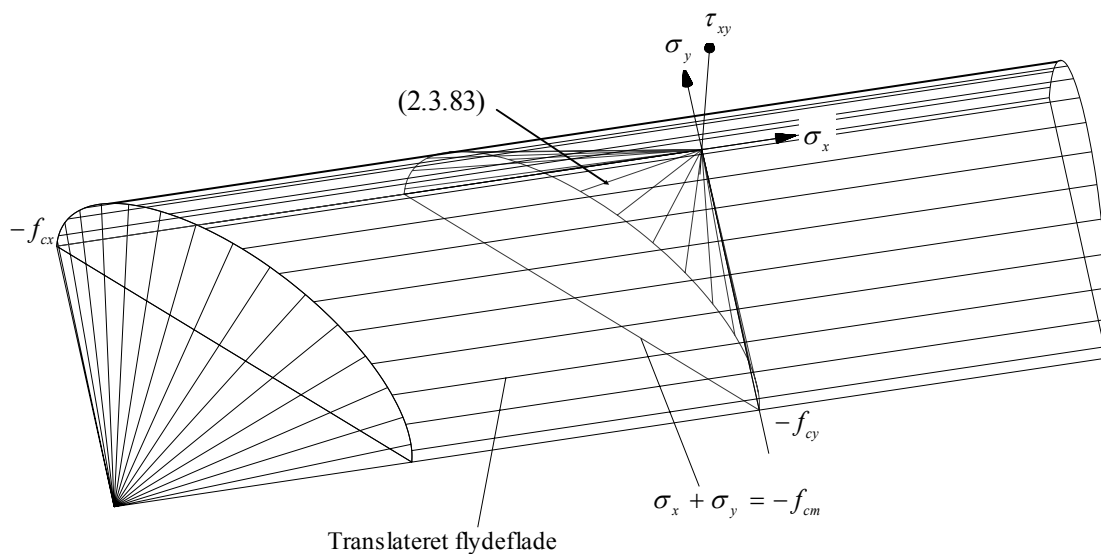
$$\tau_{xy} = (\sigma_1 - \sigma_2) \cos \theta \sin \theta \quad (2.3.82)$$

Indsættes de givne hovedspændinger i transformationsformlerne (2.3.80) til (2.3.82), kan det vises, at

$$\tau_{xy}^2 - \sigma_x \sigma_y = 0 \quad (2.3.83)$$

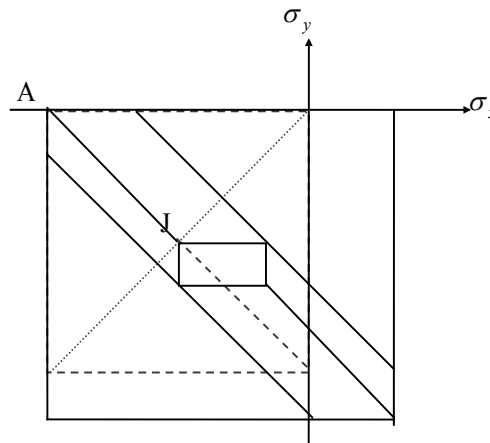
Dette udtryk svarer netop til keglefladen (2.3.31) svarende til trækbrud, hvis trækstyrkerne f_{tx} og f_{ty} er lig med nul. Denne viden kan give en bedre forståelse af den enaksede trykstyrkes afhængighed af vinklen θ . Den enaksede styrke kan således findes som skæringspunktet mellem flydefladen og keglefladen givet ved (2.3.83).

For den grundlæggende isotrope flydeflade (se Figur 2.18) findes i alle tilfælde, at den enaksede trykstyrke er lig med f_{cm} . Dette ses af, at (2.3.83) skærer keglefladen (2.3.16) svarende til trykbrud i linien givet ved $\sigma_x + \sigma_y = -f_{cm}$. Da summen af normalspændingerne i to på hinanden vinkelrette snit er en invariant, gælder det, at $\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2$. Heraf følger, at den enaksede trykstyrke (σ_1 eller σ_2 lig med nul) er konstant lig med f_{cm} . Det samme resultat findes i tilfælde, hvor den grundlæggende flydeflade udelukkende translateres langs den ene akse. I sådanne tilfælde vil keglefladen (2.3.83) stadig skære flydefladen i linien givet ved $\sigma_x + \sigma_y = -f_{cm}$. Situationen er belyst på Figur 2.33. I grænsesituationen kan der forekomme et spring i den enaksede trykstyrke, således at der opnås overensstemmelse med trykstyrkerne f_{cx} eller f_{cy} .



Figur 2.33: Skæringspunkter mellem flydefladen og (2.3.83) i tilfælde hvor trækstyrken er lig med nul, og den grundlæggende flydeflade udelukkende translateres langs den ene akse. (2.3.83) og skæringspunktets projektion på σ_x, σ_y -planen er markeret

I tilfælde hvor der foretages en tryk- og en trækoverlejring langs hver sin akse, bliver situationen mere kompliceret. Figur 2.34 viser et tilfælde, hvor der er foretaget en trykoverlejring langs σ_y -aksen og en trækoverlejring langs σ_x -aksen. Begyndes ved punkt A givet ved $\sigma_x = -f_{cx}$ vil skæringspunkterne mellem (2.3.83) og flydefladen til en begyndelse følge linien $\sigma_x + \sigma_y = -f_{cx}$, og den enaksede trykstyrke vil være konstant lig med f_{cx} . Ved punkt J vil styrken begynde at stige, hvilket indses af, at flydefladen som følge af spændingsoverlejringene er blevet hævet over niveauet svarende til den grundlæggende flydeflade. Punkt J ligger på linien $\sigma_x = \sigma_y$, hvilket (jævnfør transformationsformlerne) er ensbetydende med, at stigningen sker for $\theta = 45^\circ$. Styrken stiger herefter indtil værdien f_{cy} . Styrkeforløbet afhænger af hvilke flader der skæres af keglefladen (2.3.83).



Figur 2.34: Enakset trykstyrke i tilfælde, hvor der foretages en tryk- og en trækoverlejrung langs hver sin akse

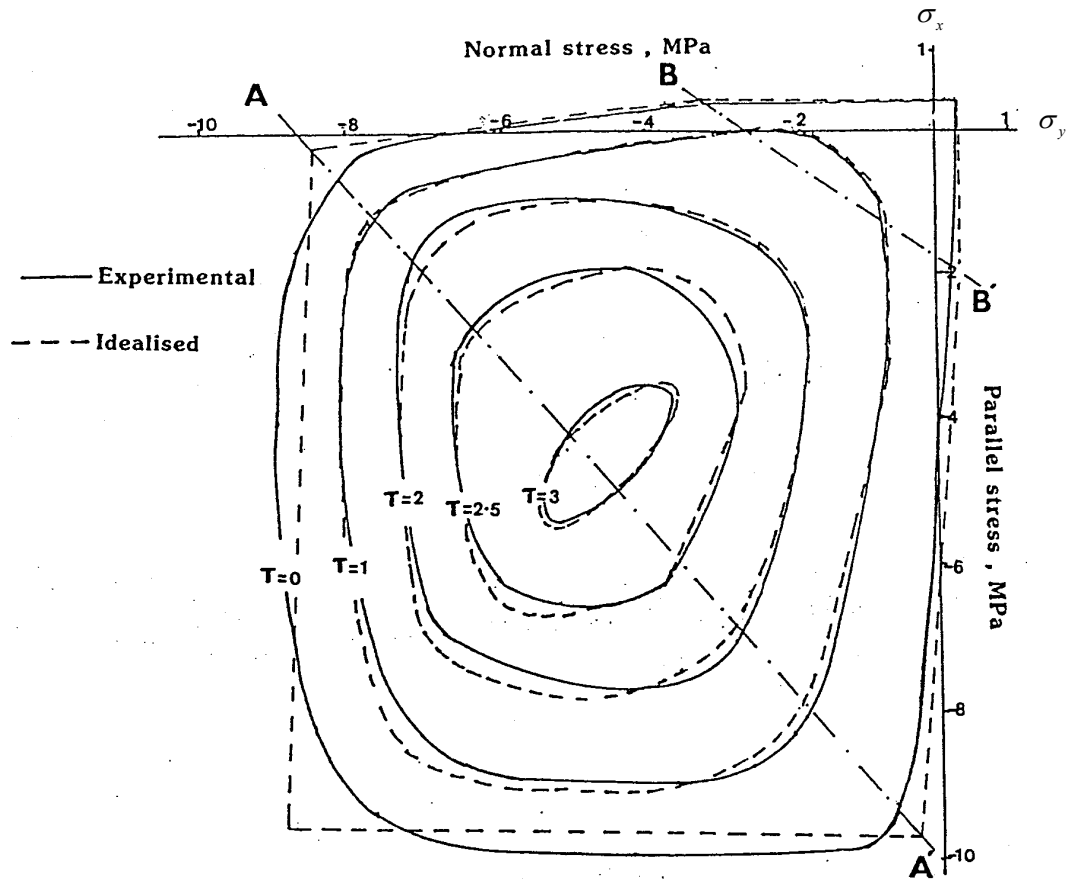
2.4 Sammenligning mellem forsøg og teori

I dette afsnit foretages en sammenligning mellem flydefladen beskrevet i afsnit 2.3.2 og forsøgsresultater rapporteret i litteraturen. Det er i tidligere arbejder [1965.2] vist, at der kan anvendes modelforsøg til beskrivelse af opførslen af murværk. Dette er ofte anvendt i praksis, da det gør det meget nemmere at teste og håndtere prøvelegemer. Murværkets styrkeparametre fastsættes så vidt muligt i overensstemmelse med forsøgsresultaterne. Hvor styrkeparametrene ikke er opgivet anvendes i stedet en skønnet værdi.

2.4.1 Forsøg af Page m.fl.

I det følgende foretages en sammenligning mellem den teoretiske flydeflade, og forsøgsresultater rapporteret af Page m.fl.. Forsøgsresultaterne er gengivet i [1985.4].

A.W. Page m.fl. har gennemført et større forskningsarbejde med henblik på at kortlægge flydefladen for murværk. Resultatet af dette arbejde er beskrevet i flere artikler. En grundig gennemgang af resultaterne er givet i [1985.4]. Flydefladen for murværk har ifølge Page m.fl. et udseende som vist på Figur 2.35, hvor forskydningsbæreevnen fundet ved forsøg er sammenlignet med en teori formuleret af de samme forfattere. Figur 2.35 viser niveaukurver for forskydningsstyrken sammenlignet med forsøgsresultater. Forsøgsresultaterne der ligger til grund for flydefladen er givet i [1985.4]. Ved gennemgang af forsøgsresultaterne findes der at være en uoverensstemmelse i forhold til den på Figur 2.35 viste flydeflade. Forsøgsresultaterne som de er gengivet i [1985.4] resulterer således i en næsten kvadratisk flydeflade. Et udsnit af disse forsøgsresultater er gengivet på Figur 2.36.



Figur 2.35: Flydeflade rapporteret af Page m.fl. (fra [1985.4]). *Parallel Stress* henviser til normalspændinger σ_x parallelt med liggefugen og *Normal stress* henviser til normalspændinger σ_y vinkelret på liggefugen. Der er angivet niveaukurver for forskydningsspændingen $\tau = 0, 1, 2, 2.5$ og 3 MPa Bemærk at figuren er spejlet i forhold til tidligere viste afbildninger

TABLE I.1
FAILURE STRESSES OF BRICK MASONRY PANELS

No.	θ	Load Ratio	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_n (MPa)	σ_p (MPa)	τ (MPa)
1	0°	∞	0	- 4.93	0	- 4.93	0
2			0	- 4.66	0	- 4.66	0
3			0	- 3.56	0	- 3.56	0
4			0	- 4.16	0	- 4.16	0
5		10	- 1.00	-10.10	- 1.00	-10.10	0
6			- 1.04	- 9.58	- 1.04	- 9.58	0
7			- 0.96	- 9.58	- 0.96	- 9.58	0
8			- 1.11	-10.40	- 1.11	-10.40	0
9		4	- 2.59	-10.10	- 2.59	-10.10	0
10			- 2.47	- 9.86	- 2.47	- 9.86	0
11			- 2.48	- 9.86	- 2.48	- 9.86	0
12			- 2.34	- 9.50	- 2.34	- 9.50	0

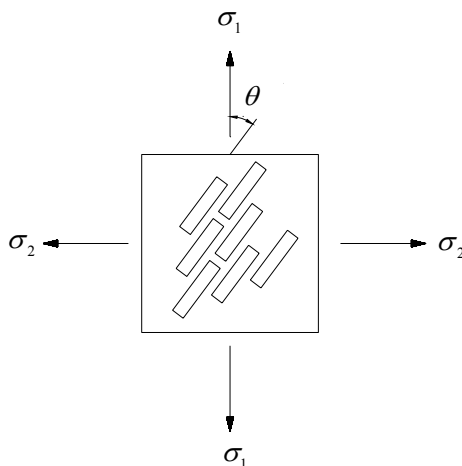
Figur 2.36: Udsnit af resultater svarende til biaksialt tryk (fra [1985.4])

Betragtes første række i det viste udsnit ses det, at der for spændingerne $\sigma_1 = 0$ og $\sigma_2 = -4.93 \text{ MPa}$ er opgivet et 'load ratio' lig med ∞ svarende til forholdet σ_2 / σ_1 . I [1985.4] samt i artikler [1981.1], [1982.2] og [1983.3] defineres 'load ratio' som forholdet σ_1 / σ_2 , hvorved en 'load ratio' lig med ∞ svarer til enakset tryk med σ_1 forskellig fra nul. For at få et billede svarende til Figur 2.35, og for at få 'load ratios' i overensstemmelse med de rapporterede værdier, skal der for forsøgsresultaterne svarende til biaksialt tryk byttes rundt på værdierne σ_1 og σ_2 . En sådan ombytning er foretaget i det videre arbejde.

2.4.1.1 Forsøgsbeskrivelse

Forsøgene af Page omhandler sten med en gennemsnitlig trykstyrke på 15.41 MPa. Variationskoefficienten er 18%, med en mindste trykstyrke på 11.82 MPa. Stenenes minutsugning svarer til 5.2 kg/m²/min. Den anvendte mørtel er af typen 1:1:6 (cement:kalk:sand, målt som rumfang). Mørtelens gennemsnitlige trykstyrke er opgivet til 5.08 MPa, med en variationskoefficient på 11%.

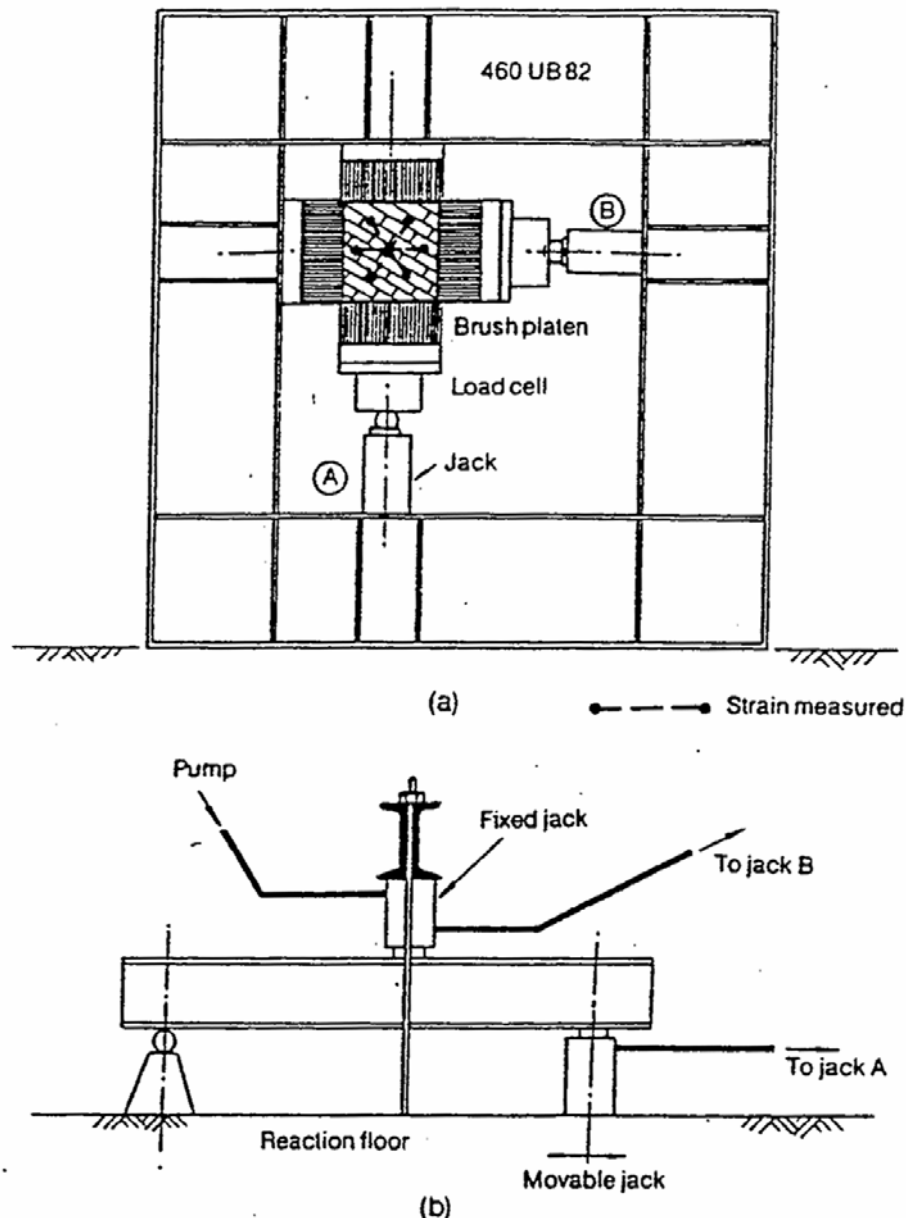
Stenene til forsøgselementerne er skåret ud af større sten med målene 110mm x 50mm x 230mm. Der er således opnået enheder på 110mm x 50mm x 35mm svarende til ca. en halv normalsten. For at minimere håndværksmæssige effekter, er det valgt at fremstille forsøgselementerne ved at lime stenene til en plade, som fjernes inden udførelsen af forsøgene. Mellem stenene er efterladt et 5 mm mellemrum, som efterfølgende udfyldes ved at hælde mørtel i. Eventuelle luftbobler fjernes herefter ved en let vibrering. Fremstillingsmetoden formodes at kunne resulteres i bedre styrkeparametre for skillefladen, end det er tilfældet ved almindelig opmuring. De færdige forsøgselementer er kvadratiske med sidelængden 360mm. I nogle tilfælde anvendes dog rektangulære forsøgselementer. Forsøgselementerne er konstrueret således at liggefugerne danner forskellige vinkler θ med forsøgselementernes sider – se Figur 2.37.



Figur 2.37: Biaksiale forsøg (skematisk)

Alle forsøgselementerne er efter 28 døgn prøvet ved en trinvis forøgelse af lasten. Denne blev påført ved hjælp af såkaldte 'børsteplader' for at minimere effekten fra modhold (se Figur 2.38). Hver børsteplade består af 522 kvadratiske stænger med en sidelængde på 4mm og en længde på 140mm. Mellem de enkelte børstestænger er der en åbning på 2mm.

Der er for hver orientering af liggefugerne undersøgt forskellige forhold mellem σ_1 og σ_2 . Figur 2.39 viser en oversigt over de udførte forsøg. I Appendiks A er resultaterne fra [1985.4] gengivet på deres oprindelige form. For en nærmere beskrivelse af forsøgsopstilling og udførelse henvises til [1985.4]. Forsøgsresultaterne er angivet ved hovedspændingerne σ_1 og σ_2 samt ved orienteringen θ af liggefugen.



Figur 2.38: Påføring af laster – øverst – samt opstilling til at kontrollere forholdet mellem spændingerne påført i 2 på hinanden vinkelrette retninger – nederst (fra [1985.4])

STRESS STATE	Bed joint angle (θ)	σ_1/σ_2 ratio	No. of panels	Remarks
BIAXIAL COMPRESSION-COMPRESSION	0° , 22.5° , 45° , 67.5° and 90°	10, 4, 2, 1	75	σ_1/σ_2 ratios of 0.5, 0.25 and 0.1 were obtained by symmetry
BIAXIAL TENSION-COMPRESSION	As above	-0.5, -0.2, -0.1 and -0.05	66	σ_1 stress tensile
UNIAXIAL COMPRESSION	As above	0	21	-
UNIAXIAL TENSION	As above	∞	18	$\theta = 22.5^\circ$ Panel was rectangular (see Fig. 3.6)

Figur 2.39: Oversigt over forsøg udført af Page m.fl. (fra [1985.4])

2.4.1.2 Styrke- og materialeparametre

Til bestemmelse af den teoretiske bæreevne er det nødvendigt at kende en række egenskaber for henholdsvis sten, mørtel og skillefladen mellem sten og mørtel. Desuden forudsættes kendskab til en række egenskaber for murværket. Hvor værdier ikke er tilgængelige anvendes uden nærmere begrundelse en skønnet værdi. Hvorvidt skønnene er af den rigtige størrelsesorden er ikke afgørende, idet der udelukkende ønskes foretaget en sandsynliggørelse af flydefladens anvendelsesmuligheder. En egentlig vurdering af flydefladen må ske på baggrund af fuldskalaforsøg.

2.4.1.2.1 Sten

Stenenes trykstyrke sættes lig med middelværdien, der som nævnt er $f_{cs} = 15.41$ MPa.

Trækstyrken sættes lig med $f_{ts} = \frac{1}{20} f_{cs}$ i overensstemmelse med forslag af Klavs Feilberg Hansen [2002.1]. Friktionsvinklen skønnes til $\varphi_s = 30^\circ$.

2.4.1.2.2 Mørtel og skilleflade mellem sten og mørtel

Der skelnes som nævnt tidligere ikke imellem om det er mørtelens styrke eller styrken af skillefladen mellem sten og mørtel, der er gældende. For henholdsvis liggefuge og studsuge er det den laveste af de to værdier, der skal anvendes. Trykstyrken er for liggefugen skønnet til $f_{cl} = 2.4$ MPa, hvilket er ca. halvt så meget som den gennemsnitlige mørtelstyrke angivet i afsnit 2.4.1.1. Liggefugens trækstyrke sættes lig med 0, og friktionsvinklen φ_l sættes lig med 30° . Som følge af fremstillingsprocessen antages studsugen at have samme egenskaber som liggefugen.

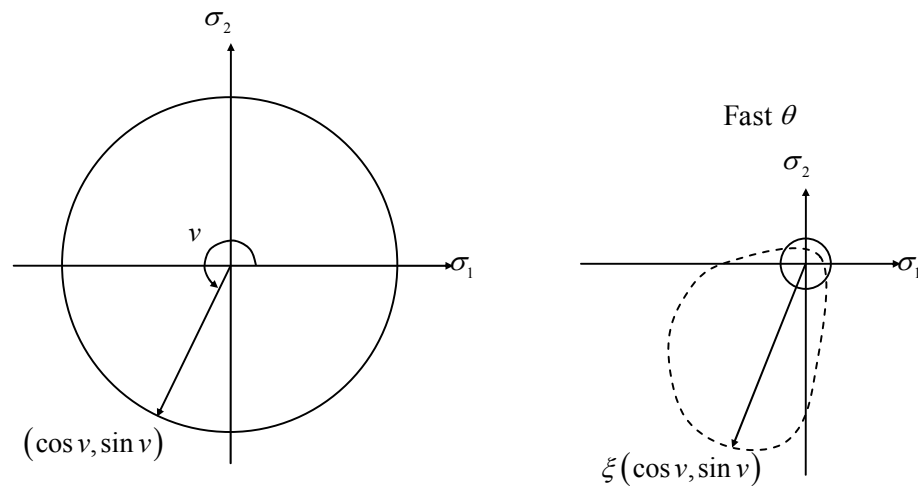
2.4.1.2.3 Murværk

Middelværdien for den enaksede trykstyrke vinkelret på liggefugerne kan af forsøgsresultaterne findes til $f_{cy} = 7.56$ MPa. Middelværdien for f_{cx} findes tilsvarende til 4.33 MPa hvilket svarer til ca. halvdelen af den maksimalt rapporterede værdi af σ_x . Den enaksede trykstyrke parallelt med liggefugerne er som nævnt tidligere defineret som styrken svarende til den tilstand, hvor der er observeret gennemgående brudlinier i liggefugerne. De herved dannede tryksøjler har imidlertid en yderligere bæreevne, hvis størrelse desværre ikke er rapporteret. I henhold til øvreværdiløsningerne opstillet i afsnit 1.3 og 1.4 er den enaksede trykstyrke parallelt med og vinkelret på liggefugerne af sammen størrelsesorden – forudsat, at der ikke opstår stabilitetsproblemer ved dannelsen af de gennemgående revner i liggefugerne. I det følgende er trykstyrken parallelt med liggefugerne sat lig med 9.97 MPa. Middelværdierne for de enaksede trækstyrker er henholdsvis $f_{tx} = 0.43$ MPa og $f_{ty} = 0.32$ MPa. Endelig sættes den fiktive materialeparameter k_m lig med 10.

2.4.1.3 Sammenligning mellem teori og forsøg af Page m.fl.

Flydefladen er beskrevet ud fra spændingskomponenterne σ_x , σ_y og τ_{xy} , hvorimod forsøgsresultaterne er givet ved σ_1 , σ_2 og θ , idet forsøgene er udført ved for en given vinkel θ og et fastholdt forhold σ_1/σ_2 at øge spændingerne σ_1 og σ_2 indtil brud. Den mest anskuelige sammenligning mellem forsøg og teori fås ved at afbilde såvel flydefladen som forsøgsresultaterne i et $\sigma_1, \sigma_2, \theta$ -koordinatsystem.

Flydefladens afbildning i et $\sigma_1, \sigma_2, \theta$ -koordinatsystem bestemmes lettest numerisk. Enhver vektor (σ_1, σ_2) vil for en fastholdt vinkel θ befinde sig i det samme plan i rummet. Opgaven er – for enhver retning i den pågældende plan – at bestemme afstanden til flydefladen. Dette kan håndteres ved hjælp af en enhedsvektor, der roteres i planen. Enhedsvektorens koordinater er givet ved $\sigma_1 = \cos v$ og $\sigma_2 = \sin v$ – se Figur 2.40. Ved anvendelse af transformationsformlerne findes for enhver vinkel $v \in [0; 360^\circ]$ en vektor $(\sigma'_x, \sigma'_y, \tau'_{xy})$ i $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ -koordinatsystemet. Denne vektor skaleres gennem en iterativ proces indtil en vektor $\xi(\sigma'_x, \sigma'_y, \tau'_{xy})$, som tilnærmelsesvis svarer til et punkt på flydefladen, er bestemt. Herefter kan flydefladens udseende i $\sigma_1, \sigma_2, \theta$ -koordinatsystemet plottes som punktet $\xi(\cos v, \sin v)$. ξ er i denne sammenhæng en konstant større end eller lig med nul.



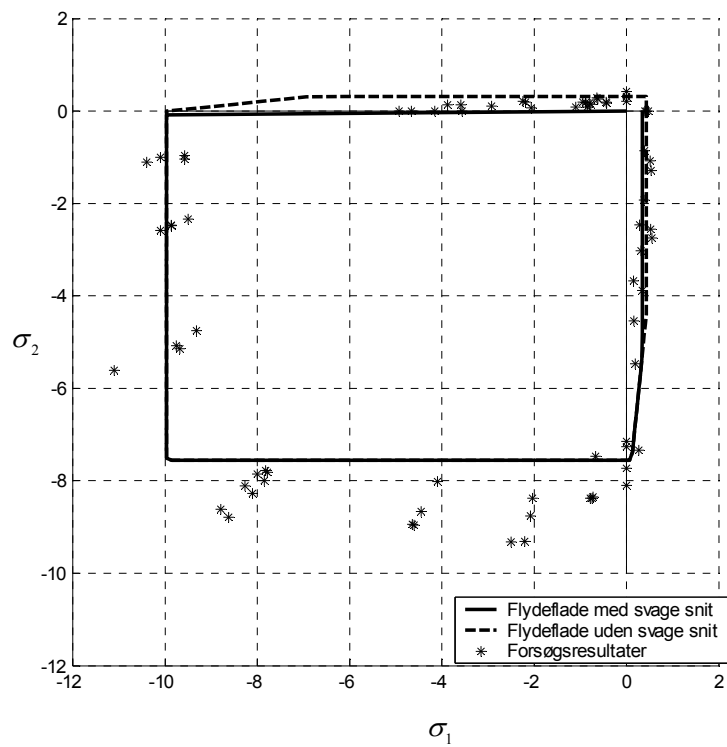
Figur 2.40: Bestemmelse af flydefladens udseende i et $\sigma_1, \sigma_2, \theta$ -koordinatsystem

Forsøgene er udført for θ lig med henholdsvis 0° , 22.5° , 45° , 67.5° og 90° . Grundet symmetri, kan resultaterne for 67.5° og 90° opfattes som resultater for vinklerne 22.5° og 0° , idet der blot byttes om på de rapporterede værdier af σ_1 og σ_2 . Tilsvarende kan symmetrien udnyttes for forsøgene under 45° . Resultaterne kan således spejles om en linie givet ved $\sigma_1 = \sigma_2$. - Bemærk at forsøgene under 45° således afbildes to gange.

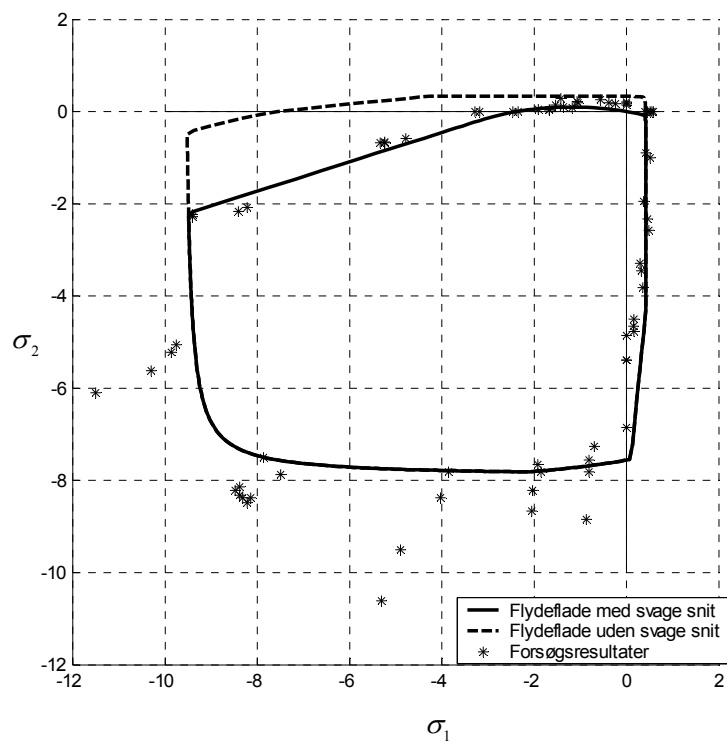
På Figur 2.41 til Figur 2.43 er flydefladen vist i σ_1, σ_2 – planen for θ lig med henholdsvis 0° , 22.5° og 45° . Flydefladen er vist såvel med som uden hensyn til de svage snit. På figurerne er desuden vist forsøgsresultaterne angivet af Page m.fl.. Det ses, at flydefladen giver en udmærket overensstemmelse med forsøgene.

Nødvendigheden af at introducere de svage snit fremgår tydeligt. Med de valgte materialeparametre er det primært glidningsbrud i liggefugen, der giver anledning til afskæringer i den grundlæggende flydeflade, hvorimod studsugebrud og trappeliniebrud ikke er betydningsfulde. Dette må dog ikke ses som et argument for at se bort fra disse brud i al almindelighed.

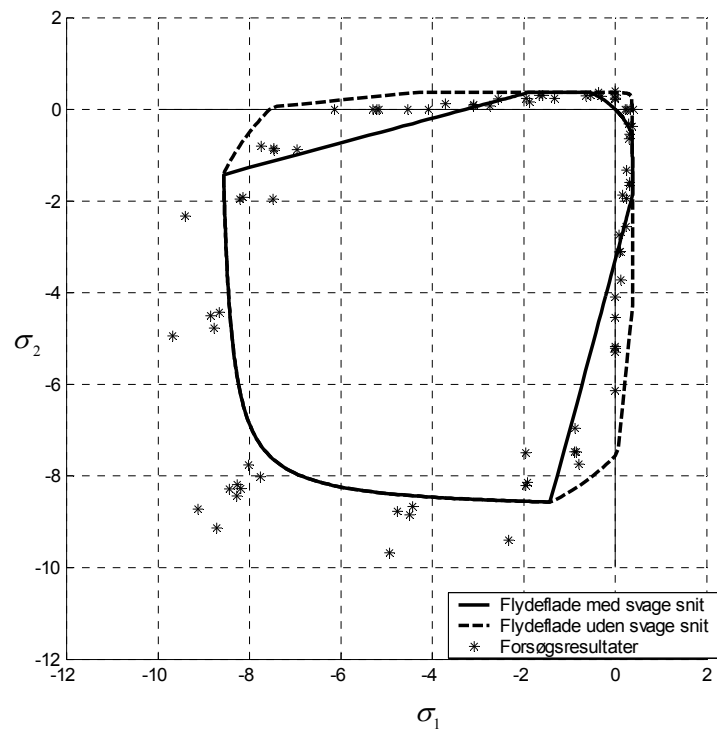
Den enaksede styrke som funktion af θ er vist på Figur 2.44 ($\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = -f_{c\theta}$). $\theta = 0$ svarer til tryk vinkelret på liggefugen. Af figuren ses, hvordan glidningsbrud i liggefugen for et stort interval af θ bliver bestemmende for bæreevnen. Studsfugebrud og trappeliniebrud er ikke aktuelle. Figuren viser desuden forsøgsresultaterne svarende til de enaksede trykforsøg. Selv når der ses bort fra værdierne svarende til enakset tryk parallelt med liggefugen ($\theta = 90^\circ$), ses det, at flydefladen med de valgte materialeparametre i dette tilfælde ikke giver en tilfredsstillende overensstemmelse med forsøg. Liggefugens afskæring virker over et for stort område, hvilket tyder på at friktionsvinklen skal være større end de antagne 30° . Desuden mangler studsugebruddet tilsyneladende at blive aktiveret.



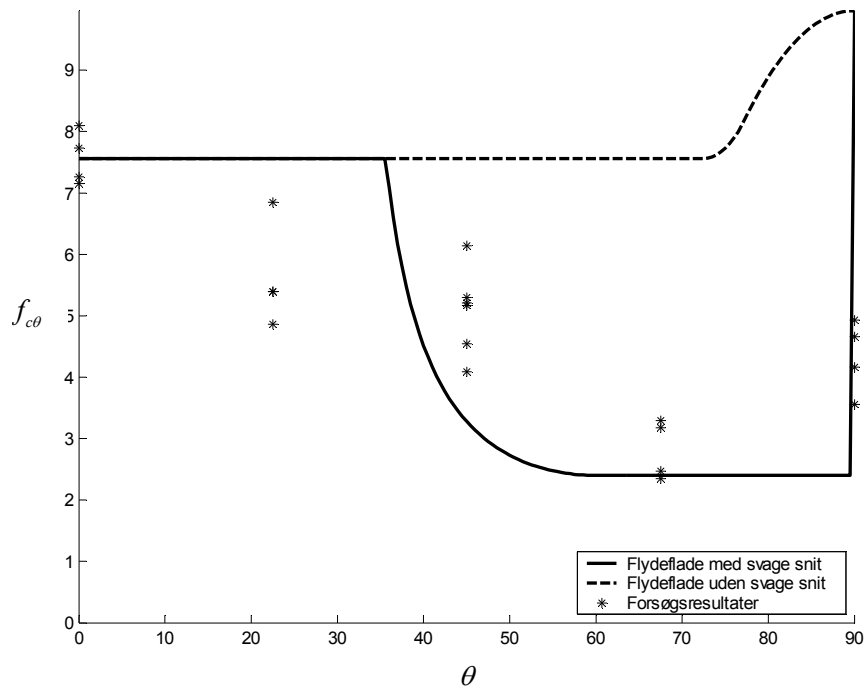
Figur 2.41: Sammenligning mellem forsøg og teori for $\theta = 0^\circ$. Enheden for spændingerne er MPa



Figur 2.42: Sammenligning mellem forsøg og teori for $\theta = 22.5^\circ$. Enheden for spændingerne er MPa

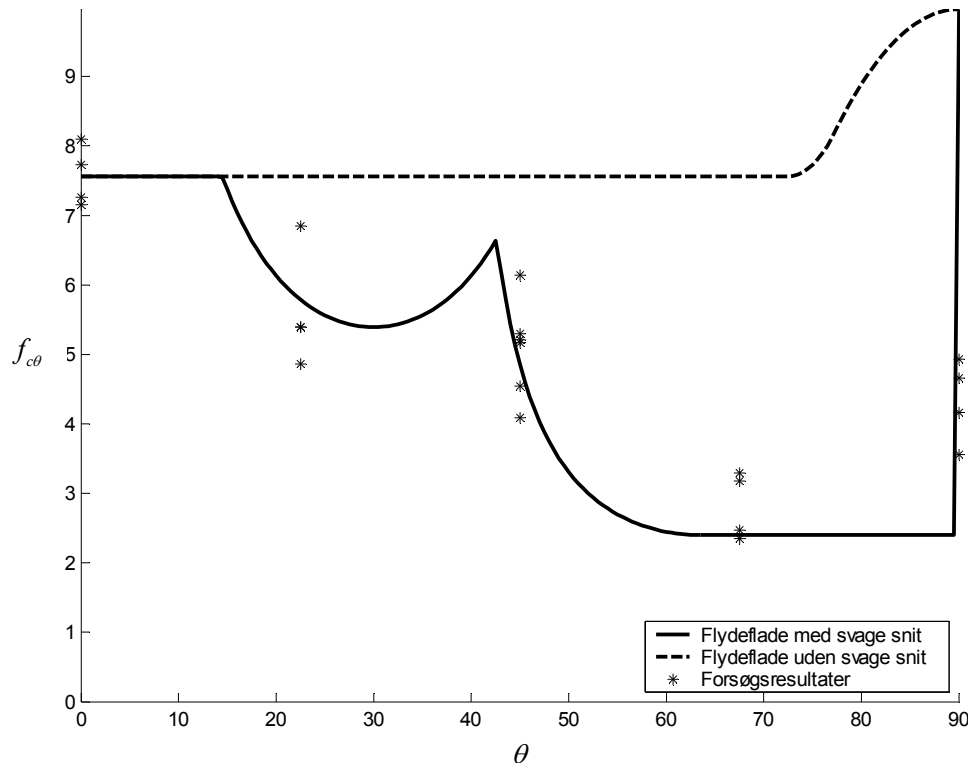


Figur 2.43: Sammenligning mellem forsøg og teori for $\theta = 45^\circ$. Enheden for spændingerne er MPa. Bemærk, at forsøgsresultaterne som beskrevet i teksten er vist 2 gange



Figur 2.44: Enakset trykstyrke som funktion af θ ved anvendelse af materialeparametre svarende til forsøgene af Page m.fl.. $f_{c\theta}$ er angivet i MPa og θ i grader

For at få tilstrækkelig indflydelse fra studsugebruddet, må stenenes trykstyrke reduceres til 80% af den tidligere antagne værdi samtidigt med, at der må ses bort fra styrken af studsugen ved at sætte $f_{ce} = f_{te} = 0$. Antages desuden at friktionsvinklen for liggefugen er lig med 37° , for at indskrænke området hvor liggefugebruddet er aktuelt, fås en sammenhæng mellem flydefladen og forsøgsresultaterne som vist på til Figur 2.45. Ved passende valg af materialeparametrene er flydefladen altså i stand til at give en god beskrivelse af alle de rapporterede resultater – også svarende til den enaksede trykstyrke.



Figur 2.45: Enakset trykstyrke som funktion af θ ved anvendelse af korrigerede materialeparametre. $f_{c\theta}$ er angivet i MPa og θ i grader

2.4.2 Forsøg af Hendry og Samarasinghe

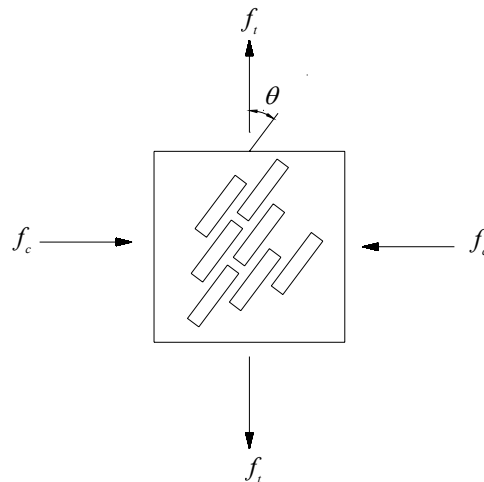
En anden forsøgsserie omhandlende bestemmelse af flydefladen for murværk er gennemført af Hendry og Samarasinghe [1980.4]. Denne forsøgsserie beskæftiger sig udelukkende med området svarende til biaksialt træk-tryk – et område, hvor den opstillede flydeflade er forholdsvis grov. En sammenligning med især den enaksede trykstyrke er dog interessant.

2.4.2.1 Forsøgsbeskrivelse

Forsøgselementerne er skaleret ned til 1/6 i forhold til normalt. Der er således muret med specialfremstillede små sten, ligesom fugetykkelsen kun er 1/6 af normal standard.

Størrelsen af sten og fuge er ikke opgivet. Disse størrelser fastlægges derfor på baggrund af en artikel af Hendry og Murthy [1965.4], der ligeledes omhandler skalaforsøg. På baggrund af [1965.4] sættes stenenes dimensioner til 1.41in x 0.71in x 0.46in (længde x bredde x højde), svarende til 35.8mm x 18.0mm x 11.7mm. Fugetykkelsen sættes til 1/16in svarende til 1.6mm. Stenenes trykstyrke er opgivet til 30.5 MPa og mørtelens styrke til 9.6 MPa. Der er anvendt en 1:¼:3 mørtel (cement:kalk:sand – forholdet antages at være efter volumen).

Som ved forsøgene udført af Page m.fl. undersøges forskellige forhold mellem trækspændingen f_t (positiv som træk) og trykspændingen f_c (positiv som tryk). Overensstemmelse med betegnelserne anvendt af Page m.fl. kan opnås ved at sætte $\sigma_1 = f_t$ og $\sigma_2 = -f_c$. Spændingerne påføres under forskellige vinkler i forhold til liggefugerne. Vinklen θ mellem liggefugen og lastretningen er defineret på Figur 2.46. For θ lig med henholdsvis 0° og 90° er forsøgselementerne kvadratiske skiver på 150mm x 150mm. For andre vinkler benyttedes skiver på 230mm x 240mm, hvorefter et forsøgselement 150mm x 150mm skæres ud på en sådan måde, at den ønskede orientering af liggefugerne opnås.



Figur 2.46: Definition af vinkel mellem liggefuge og lastretning

Trykspændingerne påføres forsøgselementerne via en fordelingsbjælke. Mellem fordelingsbjælken og forsøgselementet er lagt et forskydningsreducerende lag for at reducere effekten af modhold. Trækspændingerne påføres via fire stålblokke, der er limet til forsøgselementet. Trækket i stålblokkene påføres gennem et system af hængsler. Trækspændingerne øges svarende til en flytning på 0.2mm/min, og trykspændingerne reguleres manuelt svarende til opretholdelse af et konstant forhold mellem tryk- og trækspændinger. For at eliminere slip i hængselsystemet påvirkes forsøgselementet i første omgang i træk svarende til 20-30N. Herefter øges træk- og trykspændingerne gradvist indtil brud. De rapporterede resultater er gengivet i Appendiks B.

2.4.2.2 Styrke- og materialeparametre

Styrke og materialeparametre bestemmes som tidligere så vidt muligt ud fra forsøgsresultaterne. Der foretages som tidligere et skøn i tilfælde, hvor materialeparametrene ikke er opgivet.

2.4.2.2.1 Sten

Stenenes trykstyrke er angivet til $f_{cs} = 30.5 \text{ MPa}$, og trækstyrken bestemmes som tidligere i overensstemmelse med Klavs Feilberg Hansens forslag til $f_{ts} = \frac{1}{20} f_{cs}$. Stenenes friktionsvinkel sættes lig med 30° .

2.4.2.2.2 Mørtel og skilleflade mellem sten og mørtel

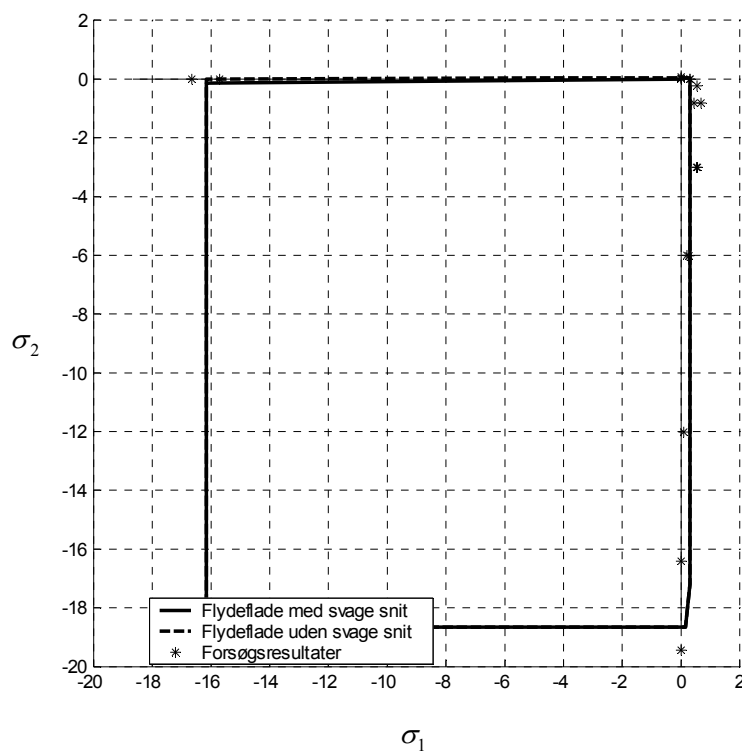
Trykstyrken for liggefugen skønnes til $f_{cl} = 2 \text{ MPa}$. Liggefugens trækstyrke sættes lig med nul. Friktionsvinklen φ_l sættes lig med 30° . Studsfugen antages at have samme egenskaber som liggefugen.

2.4.2.2.3 Murværk

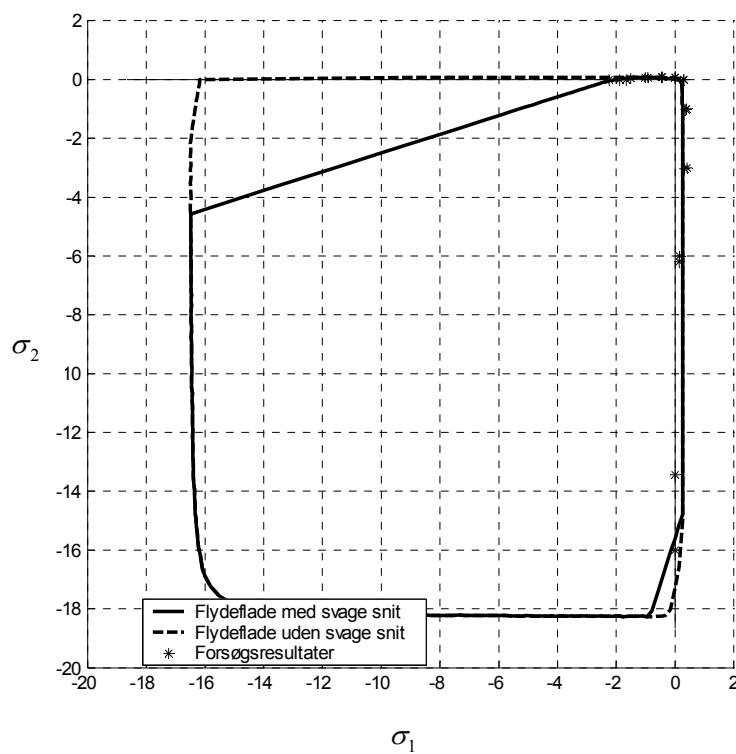
Murværkets enaksede styrker bestemmes som middelværdierne af forsøgsresultaterne. Der er således anvendt værdierne $f_{cx} = 16.18 \text{ MPa}$, $f_{cy} = 18.67 \text{ MPa}$, $f_{tx} = 0.3 \text{ MPa}$ og $f_{ty} = 0.04 \text{ MPa}$. Materialeparameteren k_m sættes lig med 10.

2.4.2.3 Sammenligning mellem teori og forsøg af Hendry og Samarasinghe

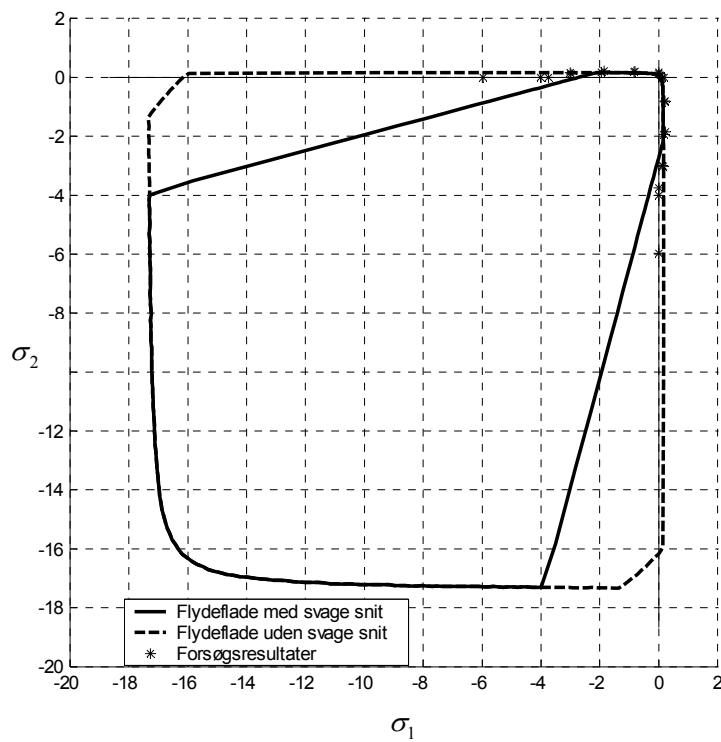
Sammenligningen mellem forsøg og teori foretages ved en iterativ proces som beskrevet i afsnit 2.4.1.3. Det benyttes også her, at forsøgsresultaterne som følge af symmetri alle kan opfattes som svarende til θ lig med henholdsvis 0° , 22.5° og 45° . Flydefladen og forsøgsresultaterne er vist på Figur 2.47 til Figur 2.50. Af figurerne fremgår det, at flydefladen – også for denne forsøgsserie – giver en god overensstemmelse med forsøg.



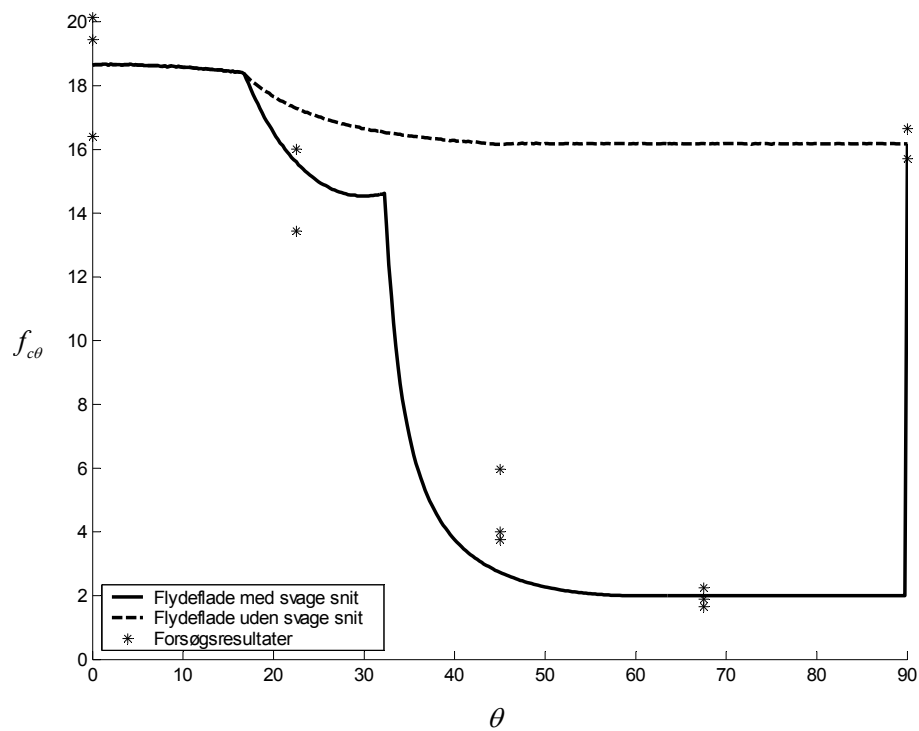
Figur 2.47: Sammenligning mellem forsøg og teori for $\theta = 0^\circ$. Enheden for spændingerne er MPa



Figur 2.48: Sammenligning mellem forsøg og teori for $\theta = 22.5^\circ$. Enheden for spændingerne er MPa



Figur 2.49: Sammenligning mellem forsøg og teori for $\theta = 45^\circ$. Enheden for spændingerne er MPa



Figur 2.50: Enakset trykstyrke som funktion af θ . f_{c0} er angivet i MPa og θ i grader

2.5 Praktisk anvendelse af flydefladen

Korrekt indførelse af effektivitetsfaktorer er vanskelig. I betonteorien indføres derfor udelukkende en effektivitetsfaktor på område VIII i form af en effektivitetsfaktor for forskydning [1998.1]. En tilsvarende fremgangsmåde foreslås anvendt for flydefladen for murværk. I simple tilfælde har område VIII ingen udstrækning, det vil sige, at området ikke er aktivt. Område VIII vil dog som minimum altid være repræsenteret ved et punkt, og da området er det eneste, hvor en effektivitetsfaktor tænkes indført, må det i praksis altid tages i betragtning. Dette giver

$$\tau_{xy} \leq \frac{1}{2} \nu f_{cm} \quad (2.5.1)$$

hvor ν er den indførte effektivitetsfaktor. Effektivitetsfaktoren må fastlægges ud fra forsøg.

Muligheden for anvendelse af flydefladen i praksis er stærkt afhængig af flydefladens kompleksitet. På sin mest generelle form vil flydefladen i praksis kun kunne anvendes i forbindelse med edb-beregninger. For murede skiver af massive sten er der som nævnt tidligere – se afsnit 1.4.4 og 1.4.5 – indikationer af, at den ultimative trykstyrke parallelt med og vinkelret på liggefugerne er af samme størrelsesorden – det vil sige $f_{cx} = f_{cy} = f_{cm}$.

Sættes trækstyrken f_{ty} vinkelret på liggefugen samtidigt lig med nul, mens trækstyrken f_{tx} parallelt med liggefugen regnes forskellig fra nul, vil den overordnede flydeflade kun bestå af to kegleflader og en cylinderflade. Derudover vil der stadig skulle tages hensyn til de tre afskæringer svarende til de svage snit, samt til betingelsen (2.5.1). Flydefladen kan således beskrives ved områderne I, II, IV_a, VIII, IX, X, XI. Bemærk at afgrænsningerne givet for område IV_a i afsnit 2.3.2.5 ikke er gældende, da det er udnyttet at område IV_a – under de givne antagelser – giver samme bæreevne som områderne V_b og VII_b. Herved fås flydebetingelserne

$$\text{I:} \quad \tau_{xy}^2 + (f_{tx} - \sigma_x) \sigma_y = 0 \quad (2.5.2)$$

$$\text{II:} \quad \tau_{xy}^2 - (f_{cm} + \sigma_x)(f_{cm} + \sigma_y) = 0 \quad (2.5.3)$$

$$\text{IV}_a: \quad \tau_{xy}^2 + \sigma_y (f_{cm} + \sigma_y) = 0 \quad (2.5.4)$$

$$\text{VIII:} \quad \tau_{xy} = \frac{1}{2} \nu f_{cm} \quad (2.5.5)$$

$$\text{IX:} \quad \tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{cl} \frac{1 - \sin \alpha_l}{\cos \alpha_l} - \sigma_y \tan \alpha_l \quad (2.5.6)$$

hvor α_l for $-f_{cl} \leq \sigma_y \leq 0$ er lig med

$$\alpha_l = \text{Arcsin} \left(2 \frac{\sigma_y}{f_{cl}} + 1 \right) \geq \varphi_l$$

For spændinger $\sigma_y < -f_{cl}$ er α_l lig med φ_l . Spændinger σ_y større end nul kan ikke optages.

$$X: \quad \tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{cs} \frac{l_s - m_s \sin \alpha_e}{\cos \alpha_e} \xi + \frac{1}{2} f_{ce} \frac{1 - \sin \alpha_e}{\cos \alpha_e} (1 - \xi) - \sigma_x \tan \alpha_e \quad (2.5.7)$$

hvor $\xi = A_s / A_{tot} \cdot l_s$ og m_s , er givet ved

$$l_s = 1 - 2 \frac{f_{ts}}{f_{cs}} \frac{\sin \varphi_s}{1 - \sin \varphi_s}, \quad m_s = 1 - 2 \frac{f_{ts}}{f_{cs}} \frac{1}{1 - \sin \varphi_s} \quad (2.5.8)$$

α_e kan, for $-1/2 f_{cs} \xi (l_s + m_s) - f_{ce} (1 - \xi) \leq \sigma_x \leq 1/2 f_{cs} \xi (l_s - m_s)$, bestemmes af

$$\alpha_e = \text{Arcsin} \left(\frac{\sigma_x + \frac{1}{2} f_{cs} \xi m_s + \frac{1}{2} f_{ce} (1 - \xi)}{\frac{1}{2} f_{cs} \xi l_s + \frac{1}{2} f_{ce} (1 - \xi)} \right) \geq \text{maks}(\varphi_s, \varphi_e) \quad (2.5.9)$$

For spændinger $\sigma_x < -1/2 f_{cs} \xi (l_s + m_s) - f_{ce} (1 - \xi)$ er α_e lig med $\text{maks}(\varphi_s, \varphi_e)$. Spændinger σ_x større end $1/2 f_{cs} \xi (l_s - m_s)$ kan ikke optages.

$$XI: \tau_{xy} = \frac{\frac{1}{2} f_{cl} \cos \omega (1 - \sin \alpha_l) + \frac{1}{2} f_{ce} \sin \omega (1 - \cos \alpha_l) - \sigma_x \sin \omega \cos \alpha_l - \sigma_y \cos \omega \sin \alpha_l}{\cos \omega \cos \alpha_l + \sin \omega \sin \alpha_l} \quad (2.5.10)$$

ω sættes lig med ω_{maks} . Styrken af trappeliniebruddet optimeres numerisk med hensyn til α_l . For $f_{cl} = f_{ce}$ af størrelsesordenen 1 MPa og $\varphi_l = \varphi_e = 30^\circ$ kan α_l tilnærmet sættes lig med φ_l . I andre tilfælde kan der opnås en god tilnærmelse til den optimerede løsning ved yderligere at bestemme styrken svarende til $\alpha_l = \alpha_{l,\text{middel}}$ og $\alpha_l = \alpha_{l,\text{maks}}$.

Trækstyrken f_{tx} parallelt med liggefugen vil typisk være beskeden. Er dette tilfældet, vil det – som i betonteorien – være rimeligt, at se bort fra cylinderfladen (2.5.4) og tilnærme den overordnede flydeflade med keglefladerne (2.5.2), (2.5.3) og (2.5.5) i hele området, hvorved flydefladen vil være yderligere simplificeret.

For det simple tilfælde $f_{cx} = f_{cy} = f_{cm}$, $f_{tx} > f_{ty} = 0$ er den enaksede trykstyrke svarende til den overordnede flydeflade, som omtalt i afsnit 2.3.2.6.2, lig med trykstyrken f_{cm} uafhængigt af θ . Dette skyldes, at der udelukkende foretages spændingsoverlejringer i σ_x -aksens retning. Den enaksede trykstyrke under en given vinkel θ i forhold til liggefugen kan derfor bestemmes som den mindste af værdierne svarende til henholdsvis f_{cm} og de enaksede trykstyrker af de svage snit. Den resulterende flydeflade bliver hermed yderst anvendelig i forbindelse med opstilling af nedreværdiløsninger for murede skiver.

2.6 Armeret murværk

Flydefladen kan uden videre overføres til armeret murværk. Der skal ved konstruktion af flydefladen blot foretages en spændingsoverlejring svarende til bæreevnen af den indlagte armering.

2.6.1 Antagelser

Armeringen antages – som det er tilfældet ved beregning af betonkonstruktioner – først at blive aktiveret efter, at der er opstået revnedannelse i murværket. Det anbefales, at trækstyrkerne f_{tx} og f_{ty} udelukkende bestemmes på baggrund af den indlagte armering.

Det vil sige, at trækstyrken af selve murværket regnes lig med nul. For træk vinkelret på liggefugen er dette i overensstemmelse med tidligere antagelser. For træk parallelt med liggefugen betyder det, at der ses bort fra en eventuel trækstyrke stammende fra glidning i trappelinier. Antagelsen sikrer, at trækstyrken under hensyn til armering er uafhængig af om trækbruddet i murværket er et trappeliniebrud eller et studsugebrud.

Ovenstående antagelser betyder, at den grundlæggende homogene flydebetingelse er lig med flydebetingelsen for et materiale uden trækstyrke. Der regnes således med $f_{tm} = 0$.

Armeringen antages udelukkende at kunne optage træk- og trykspændinger. Armeringens bidrag til optagelse af trykspændinger vil oftest kunne negligeres. Endelig antages det, at armeringen som følge af murværkets forbandt udelukkende indlægges i retningerne parallel med og vinkelret på liggefugerne.

2.6.2 Flydefladen for armeret murværk

Den overordnede flydeflade for armeret murværk findes direkte af den overordnede flydeflade for uarmeret murværk. Indlægges armering i x - og y -aksens retning, kan der for ethvert punkt på flydefladen optages ekstra spændinger $\sigma_x = \pm \Phi_x f_{cm}$ og $\sigma_y = \pm \Phi_y f_{cm}$,

hvor $\Phi_x = \frac{A_{sx} f_y}{b f_{cm}}$ og $\Phi_y = \frac{A_{sy} f_x}{b f_{cm}}$ er armeringsgraderne i x - henholdsvis y -aksens

retning. A_{sx} er armeringsarealet i x -aksens retning per længdeenhed i snit vinkelret på x -aksen. Tilsvarende er A_{sy} armeringsarealet i y -aksens retning pr længdeenhed i snit vinkelret på y -aksen. De ekstra spændinger, der kan optages, svarer til en forøgelse af træk- og trykstyrkerne. Flydefladen for armeret murværk findes derfor af flydefalden for uarmeret murværk ved alle steder at erstatte f_{tx} med $f_{tx} + \Phi_x f_{cm}$, f_{ty} med $f_{ty} + \Phi_y f_{cm}$, f_{cx} med $f_{cx} + \Phi_x f_{cm}$ og f_{cy} med $f_{cy} + \Phi_y f_{cm}$. f_{tx} , f_{ty} , f_{cx} og f_{cy} er de enaksede styrker af det uarmerede murværk. Ved de angivne substitutioner vil der være taget hensyn til armeringens bidrag til såvel træk- som trykstyrken. Idet trækstyrken af det uarmerede murværk – ved opstilling af flydefladen for armeret murværk – som nævnt sættes lig med nul, vil f_{tx} blot skulle udskiftes med $\Phi_x f_{cm}$ og f_{ty} med $\Phi_y f_{cm}$. Da f_{tm} er lig med nul, kan flydefladen alene beskrives ved områderne I, II, IV_a, IV_b, V_a, V_b og VIII. Bemærk at

grænserne for områderne IV_a, IV_b, V_a og V_b givet i afsnit 2.3.2.5 ikke er gældende, da det er udnyttet, at flere områder giver samme bæreevne. Flydefladen bliver

$$\text{I:} \quad \tau_{xy}^2 - (\Phi_x f_{cm} - \sigma_x)(\Phi_y f_{cm} - \sigma_y) = 0 \quad (2.6.1)$$

$$\text{II:} \quad \tau_{xy}^2 - (f_{cx} + \Phi_x f_{cm} + \sigma_x)(f_{cy} + \Phi_y f_{cm} + \sigma_y) = 0 \quad (2.6.2)$$

$$\text{IV}_a: \quad \tau_{xy}^2 + (\sigma_y + (f_{cy} + \Phi_y f_{cm} - f_{cm}))(\sigma_y + f_{cy} + \Phi_y f_{cm}) = 0 \quad (2.6.3)$$

$$\text{IV}_b: \quad \tau_{xy}^2 + (\sigma_x + (f_{cx} + \Phi_x f_{cm} - f_{cm}))(\sigma_x + f_{cx} + \Phi_x f_{cm}) = 0 \quad (2.6.4)$$

$$\text{V}_a: \quad \tau_{xy}^2 + (\sigma_x - \Phi_x f_{cm})(f_{cm} + \sigma_x - \Phi_x f_{cm}) = 0 \quad (2.6.5)$$

$$\text{V}_b: \quad \tau_{xy}^2 + (\sigma_y - \Phi_y f_{cm})(f_{cm} + \sigma_y - \Phi_y f_{cm}) = 0 \quad (2.6.6)$$

$$\text{VIII:} \quad \tau_{xy} = \frac{1}{2} \nu f_{cm} \quad (2.6.7)$$

Der er, som omtalt i afsnit 2.5, indført en effektivitetsfaktor på trykstyrken f_{cm} i område VIII. Den overordnede flydeflade for armeret murværk består herved af maksimalt 7 flader fordelt på 2 kegleflader, 4 cylindre og 1 plan. Dertil kommer betingelserne svarende til brud i svage snit. Disse betingelser kan ligeledes modificeres ved at foretage spændingsoverlejringer svarende til den indlagte armering. Ved betragtning af brudfigurerne svarende til brud i de svage snit, vil armeringen være påvirket til træk, idet alle brudfigurer er forbundet med dilatation. Armeringen giver altså anledning til, at der kan optages ekstra trækspændinger, hvilket der kan tages hensyn til ved at foretage substitutionerne

$$\sigma_x = \sigma'_x - \Phi_x f_{cm} \quad (2.6.8)$$

$$\sigma_y = \sigma'_y - \Phi_y f_{cm} \quad (2.6.9)$$

$$\tau_{xy} = \tau'_{xy} \quad (2.6.10)$$

Spændinger uden mærke betegner de spændinger, der kan optages af den uarmerede skive. Spændinger med mærke betegner de spændinger, der kan optages af den armerede skive. Ved indsættelse i brudbetingelsen for liggefugebrud (2.3.45) findes, idet mærkerne udelades

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{cl} \frac{1 - \sin \alpha_l}{\cos \alpha_l} - \sigma_y \tan \alpha_l + \Phi_y f_{cm} \tan \alpha_l \quad (2.6.11)$$

Tilsvarende findes ved indsættelse i (2.3.47) en brudbetingelse for studsugebrud

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} f_{cs} \frac{l_s - m_s \sin \alpha_e}{\cos \alpha_e} \xi + \frac{1}{2} f_{ce} \frac{1 - \sin \alpha_e}{\cos \alpha_e} (1 - \xi) - \sigma_x \tan \alpha_e + \Phi_x f_{cm} \tan \alpha_e \quad (2.6.12)$$

En betingelse for trappeliniebrud findes ved indsættelse i (2.3.50)

$$\tau_{xy} = \frac{\frac{1}{2} f_{cl} \cos \omega (1 - \sin \alpha_l) + \frac{1}{2} f_{ce} \sin \omega (1 - \cos \alpha_l) - \sigma_x \sin \omega \cos \alpha_l - \sigma_y \cos \omega \sin \alpha_l}{\cos \omega \cos \alpha_l + \sin \omega \sin \alpha_l} + \frac{\Phi_x f_{cm} \sin \omega \cos \alpha_l + \Phi_y f_{cm} \cos \omega \sin \alpha_l}{\cos \omega \cos \alpha_l + \sin \omega \sin \alpha_l} \quad (2.6.13)$$

Brudbetingelserne optimeres som tidligere med hensyn til α_l , α_e og ω .

Konklusion

Nærværende rapport behandler styrken af murværk påvirket til plane spændingstilstande.

På baggrund af plasticitetsteorien opstilles i kapitel 1 øvreværdiløsninger til bestemmelse af de enaksede styrker af murværk af massive sten. Trykstyrken f_{cy} vinkelret på liggefugen bestemmes med udgangspunkt i modeller udviklet af Exner [1983.4]. Effektivitetsfaktorer er bestemt ud fra sammenligning med forsøg. Udtrykkene har den fordel, at de ikke skal optimeres med hensyn til variable. Andre modeller for trykstyrken af murværk er foreslået af Hagsten [1999.1]. Udtryk for trykstyrken parallelt med liggefugen indikerer, at brudstyrken f_{cx} for tryk parallelt med liggefugen er af samme størrelsesorden som f_{cy} , hvilket desuden understøttes af en mindre forsøgsserie af Per Kastrup Nielsen [1993.1].

Trækstyrken vinkelret på liggefugen sættes lig med nul. Dette begrundes med, at der forekommer skøre brud i tilfælde hvor bæreevnen baseres på trækstyrken af skøre materialer, samt at trækstyrken gennem en konstruktions levetid kan tænkes at forsvinde som følge af revnevækst. For træk parallelt med liggefugerne kan bruddet – ved fornuftige kombinationer af sten og mørtel – sikres at foregå ved glidning i trappelinier. Styrken af sådanne brud er baseret på fugernes glidningsmodstand, og vil udvise en vis plastisk opførsel. Det er derfor muligt at regne med en trækstyrke f_{tx} parallelt med liggefugerne. Den øvre grænse for trækstyrken er lig med styrken svarende til adskillelsesbrud gennem sten og studsfiger. Problematikken er behandlet af Hagsten i [1999.2]. Hagstens udtryk for trækstyrken f_{tx} er kompliceret, hvorfor der i denne rapport gives et alternativt udtryk til bestemmelse af trækstyrken svarende til trappeliniebrud.

Endelig er i kapitel 1 foretaget en grundig analyse af styrken af murværk i tilfælde hvor bruddet forekommer i svage snit. Betegnelsen *brud i svage snit* anvendes om brudlinier der har det til fælles, at de så vidt muligt løber i fugerne. Fugerne eller skillefladen mellem fuge og sten vil typisk have væsentligt lavere styrke end det øvrige murværk. Der antages plan tøjningstilstand i brudlinierne, og styrken beskrives ved Coulombs modificerede brudbetingelse med trækstyrken nul. Styrken af de svage snit beskrives ved hjælp af øvreværdiløsninger opstillet på baggrund af plasticitetsteorien.

I kapitel 2 fastlægges flydefladen for murværk. Der tages udgangspunkt i teorien for flydefladen for armerede betonskiver, og der er ligeledes hentet inspiration fra tidligere arbejder af Page m.fl., Hamid, Drysdale og Ganz. Som udgangspunkt benyttes en isotrop flydeflade, på baggrund af hvilken den ortotrope flydeflade for murværk konstrueres. Den overordnede ortotrope flydeflade modificeres ved at indføre afskæringer, der kan beskrive effekten af svage snit.

Opstilling af flydefladen forudsætter kendskab til murværkets enaksede træk- og trykstyrker, samt til den indførte materialeparameter k_m . Derudover forudsættes kendskab til egenskaberne af de i murværket anvendte materialer, hvilket vil sige trækstyrker,

trykstyrker¹ og friktionsvinkler af henholdsvis sten, fuge og skilleflade. Skillefladen må som følge af stenenes overflade, samt som følge af måden hvorpå stenene lægges, antages at have forskellige egenskaber for henholdsvis liggefuge og studsuge. En foreløbigt uløst opgave i forbindelse med anvendelse af flydefladen er at skaffe sig tilstrækkelig viden om styrken af skillefladen.

Den opstillede flydeflade er sammenlignet med skalaforsøg udført af Page m.fl. samt med skalaforsøg af Hendry og Samarasinghe, og har – i det store hele – vist sig i stand til at give en fornuftig overensstemmelse med forsøgsresultaterne. Omfattende forsøgsserier i fuld skala – og udført med danske materialer – anses dog for at være en nødvendighed inden flydefladen kan tages i anvendelse i praksis.

Sidst i rapporten opridses hvorledes flydefladen kan overføres til anvendelse på armeret murværk.

¹ som alternativ til trykstyrken kan anvendes kohæsionen, idet det er muligt at udtrykke trykstyrken som funktion af kohæsionen og friktionsvinklen

Litteraturliste

- [1929.1] Stang, A. H., Parsons, D. E. and McBurney: *Compressive strength of clay brick walls*. Bureau of Standards Journal of Research, Oct. 1929, Vol. 3, Nr. 4. Washington.
- [1934.1] Glanville, W. H. & Barnett, P. W.: *Mechanical properties of bricks and brickwork masonry*. Dept. of scientific and industrial research. Building research. Special report No. 22. London 1934.
- [1942.1] Anderegg, F. O.: *The Effect of Brick Absorption Characteristics upon Mortar Properties*. ASTM Proc. (42), 1942, 821.
- [1953.1] Rambøll, B. J., Glarbo, O. og Manniche, K.: *Murværksforsøg; Murværk af flamsten, lette sten og flamsten med lette sten i bagmur centralt og excentrisk belastet*. Akademiet for de tekniske videnskaber, Beretning nr. 14, København 1953.
- [1958.1] Benjamin, J. R., Williams, H. A.: *The Behaviour of One Storey Brick Shear Walls*. Proc. Am. Soc. C. E., Journal of Structural Division Vol. 84, No. ST, 4, 1958.
- [1964.1] *Small Scale Specimen Testing*. National Testing Programme, Progress Reoprt No. 1, Structural Clay Products Research Foundation, Geneva, Illinois, 1964.
- [1964.2] Simms, L. G.: *The Shear Strength of Some Storey-height Brickwork and Blockwork Walls*. Clay Products Technical Bureau (London), Technical Note No. 1, 1964.
- [1965.1] Structural Clay Products Research Foundation: *Compressive, Transverse and Racking Strength Tests of Four-inch Brick Walls*. Research Report No. 9, August, 1965, Structural Clay Products Research Foundation, A division of Structural Clay Institute, Geneva, Illinois.
- [1965.2] Murthy, C. K., Hendry, A. W.: *Model Experiments in Load Bearing Brickwork*. Building Science, Vol. 1 pp. 289-298, 1965.
- [1965.3] Prasan, S., Hendry, A. W. & Bradshaw, R. E.: *Crushing tests on storey height walls 4½" thick*. Proc. Br. Ceramic Soc. No. 4, July, 1965.
- [1965.4] Murthy, C. K. & Hendry, A. W.: *Comparative Tests on Third and Sixth Scale Model Brickwork Piers and Walls*. Proc. Br. Ceramic Soc. No. 4, July, 1965.
- [1965.5] Sinha, B. P.: *Investigation of Bond Shear and the Effect of Pre-compression on the Shear Strength of 1/6th Scale Model Brick Masonry Couplets*. Structural Ceramic Research Unit, Edinburg University, June, 1965.
- [1967.1] Sinha, B. P.: *Model Studies Related to Load Bearing Brickwork*. Ph.D. Thesis, University of Edinburgh, 1967.
- [1969.1] B. P. Sinha and A. W. Hendry: *Racking Tests on Storey-Height Shear Wall Structures with Openings Subjected to Precompression*. in Designing, Engineering and Constructing with Masonry Products, ed. F. B. Johnson (Gulf, Houston, Tex., 1969), pp. 192-9.
- [1971.1] A. W. Hendry and B. P. Sinha: *Shear Tests on Full Scale Single Storey Brickwork Structures Subjected to Precompression*. Civ. Engng. Publ. Wks. Rev., 66 (1971) 1339-44.
- [1971.2] Turnsek, V. and Cacovic, F.: *Some experimental results on the strength of brick masonry walls*. SIMBAC. Prod. Ed. H.W.H. West & K.M. Speed, Stoke on Trent, 1971.

- [1976.1] F.Y.Yokel, S.G.Fattal: *Failure Hypothesis for Masonry Shear Walls*. Journal of Structural Division, A.S.C.E., Vol. 102, No. ST3, 1976, pp.515-532.
- [1977.1] D. Lenczner and D. Foster: *Strength and Deformation of Brickwork Prisms in Three Directions*. Proceedings of the Fifth International Brick Masonry Conference (Washington) 1977, pp. 49-55.
- [1978.1] M.P. Nielsen, A. Rathkjen, L. Pilegaard Hansen: *Rapport vedrørende brudbetingelse for træ*. København-Aalborg, 1978.
- [1979.1] *Murværks Bæreevne*. Rapport No. KT 8680, Kalk- og Teglværkslaboratoriet, Hasselager (DK), 1979.
- [1979.2] A. Rathkjen: *Brudbetingelser for træ*. Bidrag ved Nordisk Træsymposium 1979, Statens Byggeforskningsinstitut 1979
- [1980.1] A.W.Page, W.Samarasinghe, A.W.Hendry: *The In-Plane Failure of Masonry – An Overview*. Seventh International Symposium on Load-Bearing Brickwork, London, Nov. 1980.
- [1980.2] Maurenbrecher, A.H.P.: *Effect of test procedures on compressive strength of masonry prisms*. Proc. Second Canadian Masonry Symp., Ottawa, 1980, pp. 119-132.
- [1980.3] A.W.Hendry: *A Note on the Strength of Brickwork in Combined Racking Shear and Compression*. Proceedings of British Ceramic Society, No. 27, Load-Bearing Brickwork, London, Nov. 1980.
- [1980.4] W.Samarasinghe, A.W.Hendry: *The Strength of Brickwork Under Biaxial Tension-Compression*. Seventh International Symposium on Load-Bearing Brickwork, London, Nov. 1980.
- [1980.5] A.W.Page: *A Biaxial Failure Criterion for Brick Masonry in the Tension-Tension Range*. International Journal of Masonry Construction, 1980, Vol. 1, No. 1, pp. 26-29.
- [1981.1] A.W.Page: *The Biaxial Compressive Strength of Brick Masonry*. Proceedings Institution of Civil Engineers, Part 2, 1981, 71, Sept. 893-906.
- [1981.2] Sinha, B. P.: *An ultimate load analysis of reinforced brickwork flexural members*. International Journal of Masonry Construction. 4, 151-155. 1981.
- [1982.1] H. R. Hodgkinson and S. Davies: *The Stress Strain Relationships of Brickwork when Stressed in Directions other than Normal to the Bed Face*. Proceedings of the Sixth International Brick Masonry Conference (Rome) 1982, pp. 290-296.
- [1982.2] A. W. Page: *An Experimental Investigation of the Biaxial Strength of Brick Masonry*. Proceedings of the Sixth International Brick Masonry Conference (Rome) 1982, pp. 3-15.
- [1982.3] Pedreschi, R. F. and Sinha, B. P.: *The stress/strain relationship of brickwork*. Sixth Int. Brick Masonry Conference, Rome, May, 1982.
- [1982.4] Drysdale, R.G. and Hamid, A.A.: *Anisotropic tensile strength characteristics of brick masonry*. Proc. 6th IBMaC, Rome, 1982.
- [1982.5] A.A.Hamid and R.G.Drysdale: *Proposed Failure Criteria for Brick Masonry under Combined Stresses*. Proceedings of the Second North American Masonry Conference (Maryland) 1982, pp. 9.2-9.11
- [1983.1] P. Ameny, R. E. Loov and N. G. Shrive: *Prediction of Elastic Behaviour of Masonry*. International Journal of Masonry Construction, 3 (1), 1983.

- [1983.2] B. P. Sinha and R. Pedreschi: *Compressive Strength and Some Elastic Properties of Brickwork*. International Journal of Masonry Construction, 3(1), 1983.
- [1983.3] Page, A.W.: *The Strength of Brick Masonry under Biaxial Tension-Compression*. International Journal of Masonry Construction, Vol.3, No. 1, 1983, pp. 26-31.
- [1983.4] H. Exner: *Plasticitetsteori for Coulombmaterialer*. Afdelingen for Bærende Konstruktioner, Danmarks Tekniske Højskole, Series R No. 175, 1983
- [1983.5] Ganz, H.R. and Thürliman, B.: *Strength of Brick Walls under Normal Force and Shear*. 8th International Symposium on Load Bearing Brickwork, B.C.R.A., London, November 1983.
- [1984.1] *Bæreevne for Murværk Opført af Mangelsten og Massive Sten*. Rapport No. KT 10186, Kalk- og Teglværkslaboratoriet, Hasselager (DK), 1984.
- [1985.1] Dhanasekar, M., Page, A.W. and Kleeman, P.W.: *The Failure of Brick Masonry under Biaxial Stresses*. Proceedings of Institution of Civil Engineers, Part II, Vol. 79, Paper No. 8871, March 1985.
- [1985.2] Page, A.W., Kleeman, P.W., Dhanasekar, M.: *An In-Plane Finite Element Model for Brick Masonry*. Proceedings of a session held in conjunction with Structures Congress '85, Chicago, Illinois, September 18, 1985.
- [1985.3] Ganz, H.R.: *Mauerwerksscheiben unter Normalkraft und Schub*. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 148, 1985
- [1985.4] Dhanasekar, M.: *The performance of brick masonry subjected to in-plane loading*. Ph.D. Thesis, University of Newcastle, Australia, April 1985
- [1986.1] Hendry, A. W. & Malek, M.H.: *Characteristic compressive strength of brickwork from collected test results*. Masonry International No. 7, 1986, pp. 1-15.
- [1987.1] S. Lawrence and H.T. Cao: *An Experimental Study of the Interface between Brick and Mortar*. Proceedings of the Fourth North American Masonry Conference (Los Angeles) 1987, pp. 48 1-14.
- [1987.2] Hendry, A. W.: *Testing Methods in Masonry Engineering*. Proceedings of the Fourth North American Masonry Conference (Los Angeles) 1987, pp. 49-1 – 49-13.
- [1988.1] L. Binda and G. Baronio: *Survey of Brick/Binder Adhesion in Powdered Brick Mortars and Plasters*. Masonry International, 2 (2) 1988.
- [1990.1] Hendry, A.W.: *Structural Masonry*. Macmillan, 1990
- [1993.1] P. Kastrup Nielsen, H. Elgaard Jensen, C. Schmidt, M.P. Nielsen: *Forskydning i armerede teglbjælker*. Department of Structural Engineering, DTH, Serie R No. 306, 1993.
- [1997.1] K.F. Hansen, E. Nykänen, F.R. Gotfredsen: *Shear behavior of bed joints at different levels of precompressions*. Statens Byggeforskningsinstitut, 1997
- [1997.2] L.Z. Hansen and T. Gudmand-Høyer: *Strength effects from the initial rate of absorption on masonry*. Bygningssstatistiske Meddelelser, Danish Society for Structural Science and Engineering, Vol. 68, Nos. 2-3, 1997, pp. 35-113
- [1998.1] Nielsen, M.P.: *Limit Analysis and Concrete Plasticity*. Second Edition, CRC Press, 1998.
- [1999.1] Hagsten, L.G.: *Plasticitetsteori for murværk – Del 1: Trykstyrke*. Institut for Bærende Konstruktioner og Materialer, DTU, Series R No. 72, 1999

- [1999.2] Hagsten, L.G.: *Plasticitetsteori for murværk – Del 2: Trækstyrke parallelt med liggefugen*. Institut for Bærende Konstruktioner og Materialer, DTU, Series R No. 73, 1999
- [1999.3] Hagsten, L.G.: *Plasticitetsteori for murværk – Del 3: Koncentreret last*. Institut for Bærende Konstruktioner og Materialer, DTU, Series R No. 74, 1999
- [1999.4] Hagsten, L.G.: *Plasticitetsteori for murværk – Del 4: Teglbjælkens forskydningskapacitet*. Institut for Bærende Konstruktioner og Materialer, DTU, Series R No. 75, 1999
- [1999.5] Hagsten, L.G.: *Plasticitetsteori for murværk – Del 5: Tværbelastet murværk*. Institut for Bærende Konstruktioner og Materialer, DTU, Series R No. 76, 1999
- [1999.6] L.G. Hagsten, T. Gudmand-Høyer, L.Z. Hansen: *Eksperimentel bestemmelse af teglbjælkens forskydningsbæreevne*. Institut for Bærende Konstruktioner og Materialer, DTU, Serie R No. 53, 1999
- [2000.1] L.C. Hoang: *Yield Conditions for Cracked Reinforced Concrete Disks*. Dept. of Structural Engineering and Materials, Techn. University of Denmark, Series R No. 66, 2000
- [2001.1] M.P. Nielsen, A. Rathkjen: *Mekanik 2.1, Plane spændings- og deformationstilstande*. Institut for Bærende Konstruktioner og Materialer, Danmarks Tekniske Universitet, Aalborg/København 2001
- [2001.2] M.P. Nielsen, L. Pilegaard Hansen, A. Rathkjen: *Mekanik 2.2 del 2, Rumlige spændings- og deformationstilstande*. Institut for Bærende Konstruktioner og Materialer, Danmarks Tekniske Universitet, Aalborg/København 2001
- [2002.1] L.G. Hagsten, M.P. Nielsen: *MURVÆRK, Lærebog for ingeniører*. Forlaget Tegl, 1. udgave, november 2002

Appendiks A

Forsøgsresultater af Page m.fl.. Se afsnit 2.4.1 for kommentar vedrørende ombytning af spændingerne σ_1 og σ_2 for forsøg svarende til biaksialt tryk.

TABLE I.1
FAILURE STRESSES OF BRICK MASONRY PANELS

No.	θ	Load Ratio	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_n (MPa)	σ_p (MPa)	τ (MPa)
1	0°	∞	0	- 4.93	0	- 4.93	0
2			0	- 4.66	0	- 4.66	0
3			0	- 3.56	0	- 3.56	0
4			0	- 4.16	0	- 4.16	0
5		10	- 1.00	-10.10	- 1.00	-10.10	0
6			- 1.04	- 9.58	- 1.04	- 9.58	0
7			- 0.96	- 9.58	- 0.96	- 9.58	0
8			- 1.11	-10.40	- 1.11	-10.40	0
9		4	- 2.59	-10.10	- 2.59	-10.10	0
10			- 2.47	- 9.86	- 2.47	- 9.86	0
11			- 2.48	- 9.86	- 2.48	- 9.86	0
12			- 2.34	- 9.50	- 2.34	- 9.50	0
13		2	- 5.14	- 9.68	- 5.14	- 9.68	0
14			- 4.75	- 9.32	- 4.75	- 9.32	0
15			- 5.61	-11.10	- 5.61	-11.10	0
16			- 5.08	- 9.76	- 5.08	- 9.76	0
17		1	- 7.85	- 8.00	- 8.00	- 7.85	0
18			- 7.78	- 7.82	- 7.82	- 7.78	0
19			- 8.62	- 8.79	- 8.79	- 8.62	0
20			- 8.11	- 8.27	- 8.27	- 8.11	0
21		- 0.05	0.16	- 4.54	- 4.54	0.16	0
22			0.26	- 7.34	- 7.34	0.26	0
23			0.15	- 3.67	- 3.67	0.15	0
24			0.19	- 5.47	- 5.47	0.19	0
25		- 0.10	0.34	- 3.88	- 3.88	0.34	0
26			0.31	- 3.02	- 3.02	0.31	0
27			0.28	- 2.46	- 2.46	0.28	0
28		- 0.25	0.52	- 2.56	- 2.56	0.52	0
29			0.55	- 2.75	- 2.75	0.55	0
30			0.38	- 1.93	- 1.93	0.38	0
31		- 0.50	0.51	- 1.08	- 1.08	0.51	0
32			0.39	- 0.86	- 0.86	0.39	0
33			0.53	- 1.29	- 1.29	0.53	0
34		- ∞	0.43	0	0	0.43	0
35			0.40	0	0	0.40	0
36			0.47	0	0	0.47	0
37	22.5°	∞	0	- 2.47	- 0.36	- 2.11	0.87
38			0	- 3.29	- 0.48	- 2.81	1.16
39			0	- 2.35	- 0.34	- 2.01	0.83
40			0	- 3.18	- 0.47	- 2.71	1.12

Murede skivers styrke – murværk påvirket til plane spændingstilstande

No.	θ	Load Ratio	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_n (MPa)	σ_p (MPa)	τ (MPa)
41		10	- 0.58	- 4.79	- 1.20	- 4.17	1.49
42			- 0.68	- 5.34	- 1.36	- 4.66	1.65
43			- 0.68	- 5.24	- 1.35	- 4.57	1.61
44			- 0.66	- 5.24	- 1.33	- 4.57	1.62
45		4	- 2.23	- 9.40	- 3.28	- 8.35	2.53
46			- 2.08	- 8.22	- 2.98	- 7.32	2.17
47			- 2.17	- 8.41	- 3.08	- 7.50	2.21
48			- 2.28	- 9.40	- 3.32	- 8.36	2.52
49		2	- 5.06	- 9.76	- 5.75	- 9.07	1.66
50			- 5.22	- 9.86	- 5.90	- 9.18	1.64
51			- 6.10	-11.5	- 6.89	-10.7	1.91
52			- 5.62	-10.3	- 6.31	- 9.62	1.66
53		1	- 7.50	- 7.87	- 7.82	- 7.55	0
54			- 8.14	- 8.38	- 8.34	- 8.18	0
55			- 8.22	- 8.48	- 8.44	- 8.26	0
56			- 8.32	- 8.38	- 8.37	- 8.33	0
57		- 0.05	0.16	- 4.50	- 3.82	- 0.52	1.65
58			0.15	- 4.66	- 3.96	- 0.55	1.70
59			0.16	- 4.77	- 4.05	- 0.56	1.74
60		- 0.10	0.35	- 3.82	- 3.21	- 0.26	1.47
61			0.32	- 3.45	- 2.90	- 0.23	1.33
62			0.29	- 3.29	- 2.77	- 0.23	1.27
63		- 0.25	0.48	- 2.58	- 2.13	0.03	1.08
64			0.37	- 1.95	- 1.61	0.03	0.82
65			0.45	- 2.33	- 1.92	0.04	0.98
66		- 0.50	0.51	- 1.00	- 0.78	0.29	0.53
67			0.42	- 0.90	- 0.71	0.23	0.47
68		-	0.40	0	0.06	0.34	0.14
69			0.55	0	0.08	0.47	0.19
70			0.58	0	0.08	0.50	0.21
71			0.45	0	0.07	0.38	0.16
72			0.51	0	0.07	0.44	0.18
73	45°	"	0	- 5.30	- 2.65	- 2.65	2.65
74			0	- 4.54	- 2.27	- 2.27	2.27
75			0	- 6.14	- 3.07	- 3.07	3.07
76			0	- 5.17	- 2.59	- 2.59	2.59
77			0	- 5.21	- 2.61	- 2.61	2.61
78			0	- 4.09	- 2.05	- 2.05	2.05
79		10	- 0.89	- 7.47	- 4.18	- 4.18	3.29
80			- 0.85	- 7.47	- 4.16	- 4.16	3.31
81			- 0.80	- 7.74	- 4.27	- 4.27	3.47
82			- 0.88	- 6.96	- 3.92	- 3.92	3.04

Karsten Findsen

No.	θ	Load Ratio	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_n (MPa)	σ_p (MPa)	τ (MPa)
83		4	- 2.33	- 9.40	- 5.87	- 5.87	3.53
84			- 1.92	- 8.14	- 5.03	- 5.03	3.11
85			- 1.96	- 8.21	- 5.09	- 5.09	3.13
86			- 1.96	- 7.49	- 4.73	- 4.72	2.76
87		2	- 4.77	- 8.77	- 6.77	- 6.77	2.00
88			- 4.94	- 9.68	- 7.31	- 7.31	2.37
89			- 4.50	- 8.85	- 6.68	- 6.68	2.18
90			- 4.43	- 8.66	- 6.55	- 6.55	2.12
91		1	- 8.19	- 8.27	- 8.23	- 8.23	0
92			- 8.28	- 8.44	- 8.36	- 8.36	0
93			- 7.76	- 8.02	- 7.89	- 7.89	0
94			- 8.72	- 9.13	- 8.93	- 8.93	0
95		- 0.05	0.11	- 3.10	- 1.50	- 1.50	1.60
96			0.08	- 2.74	- 1.33	- 1.33	1.41
97			0.12	- 3.72	- 1.80	- 1.80	1.92
98			0.08	- 3.11	- 1.51	- 1.51	1.60
99		- 0.10	0.23	- 2.56	- 1.17	- 1.17	1.40
100			0.16	- 1.87	- 0.86	- 0.86	1.01
101			0.24	- 1.95	- 0.86	- 0.86	1.10
102		- 0.25	0.31	- 1.59	- 0.64	- 0.64	0.95
103			0.24	- 1.33	- 0.55	- 0.55	0.79
104			0.31	- 1.66	- 0.68	- 0.68	0.99
105		- 0.50	0.31	- 0.54	- 0.12	- 0.12	0.43
106			0.30	- 0.64	- 0.17	- 0.17	0.47
107		- 1	0.37	- 0.37	0	0	0.37
108			0.29	- 0.31	0	0	0.29
109		-	0.22	0	0.11	0.11	0.11
110			0.25	0	0.12	0.12	0.12
111			0.40	0	0.20	0.20	0.20
112			0.32	0	0.16	0.16	0.16
113	67.5°	-	0	- 5.39	- 4.60	- 0.79	1.91
114			0	- 5.39	- 4.60	- 0.79	1.91
115			0	- 6.85	- 5.85	- 1.00	2.42
116			0	- 4.86	- 4.15	- 0.71	1.72
117		10	- 0.82	- 7.82	- 6.79	- 1.85	2.47
118			- 0.70	- 7.26	- 6.30	- 1.66	2.32
119			- 0.82	- 7.56	- 6.57	- 1.81	2.38
120			- 0.87	- 8.85	- 7.68	- 2.04	2.82
121		4	- 2.06	- 8.66	- 7.69	- 3.03	2.33
122			- 1.92	- 7.65	- 6.81	- 2.76	2.03
123			- 1.86	- 7.82	- 6.95	- 2.73	2.11
124			- 2.04	- 8.22	- 7.31	- 2.95	2.18

Murede skivers styrke – murværk påvirket til plane spændingstilstande

No.	θ	Load Ratio	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_n (MPa)	σ_p (MPa)	τ (MPa)
125		2	- 4.03	- 8.38	- 7.74	- 4.67	1.54
126			- 3.86	- 7.82	- 7.24	- 4.44	1.40
127			- 4.90	- 9.50	- 8.83	- 5.57	1.63
128			- 5.31	-10.61	- 9.83	- 6.09	1.87
129		1	- 7.50	- 7.87	- 7.82	- 7.55	0
130			- 8.14	- 8.38	- 8.34	- 8.18	0
131			- 8.32	- 8.38	- 8.37	- 8.33	0
132			- 8.22	- 8.48	- 8.44	- 8.26	0
133		- 0.05	0.04	- 1.67	- 0.21	- 1.42	0.60
134			0.04	- 1.67	- 0.21	- 1.42	0.60
135			0.05	- 1.91	- 0.24	- 1.62	0.69
136		- 0.10	0.11	- 1.37	- 0.11	- 1.15	0.52
137			0.09	- 1.18	- 0.10	- 0.99	0.45
138			0.14	- 1.54	- 0.11	- 1.29	0.59
139		- 0.25	0.22	- 1.07	0.03	- 0.88	0.46
140			0.29	- 1.43	0.04	- 1.18	0.61
141			0.19	- 1.05	0.01	- 0.87	0.44
142		- 0.50	0.26	- 0.57	0.14	- 0.45	0.29
143			0.17	- 0.24	0.11	- 0.10	0.14
144			0.19	- 0.39	0.11	- 0.31	0.21
145		- ∞	0.14	0	0.12	0.02	0.05
146			0.18	0	0.15	0.03	0.06
147			0.21	0	0.18	0.03	0.07
148	90°	∞	0	- 7.73	- 7.73	0	0
149			0	- 8.10	- 8.10	0	0
150			0	- 7.26	- 7.26	0	0
151			0	- 7.15	- 7.15	0	0
152		10	- 0.73	- 8.35	- 8.35	- 0.73	0
153			- 0.75	- 8.38	- 8.38	- 0.75	0
154			- 0.67	- 7.47	- 7.47	- 0.67	0
155			- 0.79	- 8.38	- 8.38	- 0.79	0
156		4	- 2.21	- 9.31	- 9.31	- 2.21	0
157			- 2.04	- 8.38	- 8.38	- 2.04	0
158			- 2.08	- 8.76	- 8.76	- 2.08	0
159			- 2.50	- 9.32	- 9.32	- 2.50	0
160		2	- 4.64	- 8.94	- 8.94	- 4.64	0
161			- 4.10	- 8.02	- 8.02	- 4.10	0
162			- 4.45	- 8.66	- 8.66	- 4.45	0
163			- 4.60	- 8.96	- 8.96	- 4.60	0
164		1	- 7.85	- 8.00	- 8.00	- 7.85	0
165			- 7.78	- 7.82	- 7.82	- 7.78	0
166			- 8.62	- 8.79	- 8.79	- 8.62	0
167			- 8.11	- 8.27	- 8.27	- 8.11	0

No.	θ	Load Ratio	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_n (MPa)	σ_p (MPa)	τ (MPa)
168		- 0.05	0.07	- 2.07	0.07	- 2.07	0
169			0.13	- 3.88	0.13	- 3.88	0
170			0.11	- 2.92	0.11	- 2.92	0
171			0.13	- 3.59	0.13	- 3.59	0
172		- 0.10	0.19	- 2.19	0.19	- 2.19	0
173			0.21	- 2.25	0.21	- 2.25	0
174			0.09	- 1.10	0.09	- 1.10	0
175			0.09	- 0.85	0.09	- 0.85	0
176		- 0.25	0.19	- 0.95	0.19	- 0.95	0
177			0.18	- 0.89	0.18	- 0.89	0
178			0.14	- 0.78	0.14	- 0.78	0
179			0.17	- 0.81	0.17	- 0.81	0
180		- 0.50	0.26	- 0.62	0.26	- 0.62	0
181			0.17	- 0.43	0.17	- 0.43	0
182			0.19	- 0.44	0.19	- 0.44	0
183			0.29	- 0.64	0.29	- 0.64	0
184		- ∞	0.32	0	0.32	0	0
185			0.42	0	0.42	0	0
186			0.21	0	0.21	0	0

Appendiks B

Forsøgsresultater af Hendry og Samarasinghe.

**Table 1—Results of Tests on Brickwork Panels Subjected to
Biaxial Tension-Compression**

θ°	Cube Strength of Mortar N/mm ²			Tensile Bond Strength N/mm ²		f_c N/mm ²	f_t N/mm ²
	Test 1	Test 2	Test 3	Test a	Test b		
0	10.6	8.54	9.86	0.05	0.06	0.00	0.301
	9.2	9.7	9.9	0.04	0.07	0.00	0.310
	10.1	9.2	8.8	0.06	0.06	0.22	0.550
	9.3	9.8	9.6	0.07	—	0.81	0.441
	10.1	9.1	8.8	0.07	—	0.81	0.676
	8.7	8.8	9.1	0.05	0.06	3.00	0.556
	9.9	9.7	9.6	0.08	0.07	3.00	0.525
	9.5	9.4	10.0	0.06	0.06	6.01	0.280
	8.9	9.7	9.3	0.07	0.06	6.00	0.200
	9.5	9.4	9.6	—	—	12.01	0.085
	10.1	9.8	9.5	0.06	0.07	19.44	0.00
	9.1	9.8	9.6	0.08	0.07	20.15	0.00
	9.4	9.5	9.5	0.09	0.07	16.41	0.00
	9.7	9.0	9.5	0.05	0.07	0.00	0.301
22½	8.8	9.3	9.6	0.08	0.06	0.00	0.285
	9.4	9.6	9.5	0.03	0.05	1.02	0.365
	8.1	8.3	8.7	0.03	0.05	0.99	0.391
	7.2	9.3	9.0	0.08	0.09	3.00	0.408
	9.5	9.6	9.6	0.08	0.09	3.03	0.315
	8.3	8.6	8.5	0.07	0.06	6.00	0.150
	8.9	9.5	9.4	—	0.08	6.20	0.135
	9.2	10.1	9.8	0.07	0.06	13.44	0.00
	9.5	9.6	9.6	0.09	0.08	16.01	0.00
	7.9	8.2	8.3	0.07	0.05	0.00	0.131
45	9.6	9.4	9.3	0.08	0.07	0.00	0.180
	9.5	9.2	9.4	0.05	0.07	0.83	0.196
	7.5	9.4	9.1	0.07	0.09	0.80	0.207
	8.0	9.1	9.2	0.06	0.05	1.94	0.182
	9.5	9.4	9.3	0.07	0.06	1.85	0.233
	9.6	9.6	9.1	0.05	0.09	3.01	0.164
	8.9	9.9	9.8	0.05	0.06	2.98	0.121
	9.4	9.3	9.2	0.07	0.05	5.97	0.00
	9.6	9.5	9.2	—	0.04	3.75	0.00
	10.2	9.8	8.8	0.05	0.08	4.01	0.00
	9.1	9.3	9.4	0.09	0.04	0.00	0.073
67½	8.5	8.6	8.7	0.06	0.08	0.00	0.065
	9.7	9.4	9.5	0.07	0.08	0.46	0.085
	9.3	9.9	9.1	0.07	0.06	0.43	0.092
	9.3	9.7	9.1	0.09	0.07	0.93	0.065
	8.0	7.5	8.6	0.06	0.08	1.01	0.083
	9.2	9.1	9.7	0.05	0.08	1.51	0.046
	9.8	9.9	9.8	0.07	0.09	2.25	0.00
	10.0	9.2	9.3	0.05	0.07	1.66	0.00
	9.5	9.6	9.4	—	—	1.89	0.00
	8.6	8.7	7.0	0.07	0.06	0.00	0.03
90	8.0	7.6	8.9	0.03	0.05	0.00	0.02
	9.2	9.1	9.6	0.05	0.09	0.00	0.07
	8.8	9.1	9.6	0.05	0.07	15.71	0.00
	9.5	9.3	9.8	0.08	0.09	16.65	0.00